1

1) $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

2) $|a| = \begin{cases} a, & \text{եթե } a>0 \\ -a, & \text{եթե } a<0 \end{cases}$ Օրինակ $|3|=3$, $|-3|=-(-3)=3$ $|a|\geq 0$ միշտ

3) $(a+b)$-ի համալուծը (լծորդը) $(a-b)$-ն է, $(a-b)$-ինը՝ $(a+b)$-ն:

4) $(a-b)^2=(b-a)^2$

5) $a\cdot b=0 \iff$ կամ $a=0$, կամ $b=0$

$\frac{a}{b}=0 \iff$ $a=0$ եթե $b\neq 0$:

6) Կոտորակի հայտարարում 0 լինել չի կարող

7) Հանրահաշվական արտահայտության թույլատրելի արժեքների բազմություն, դա փոփոխականի (կամ փոփոխականների) այն արժեքների բազմությունն է, որոնց դեպքում արտահայտությունը իմաստ ունի և նշ. է՝ Թ.Ա.Բ.:

8) $y=f(x)$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը, դա արգումենտի $(x$-ի$)$ արժեքների բազմությունն է, նշանակվում է՝ $D(y)$: y-ի ընդունած արժ.-ի բազմ.-ը նշ. է՝ $E(y)$:

9) Զույգ թվի ընդհանուր տեսքը՝ $2k$ կամ $2l$ կամ $2n$

Կենտ թվի ընդհանուր տեսքը՝ $2k+1$ կամ $2m+1$ կամ $2l-1$

10) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}=\frac{b}{a}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$, $a^n\cdot a^{-n}=1$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{n}\cdot\left(\frac{b}{a}\right)^{n}=1$

11) $x^2\leq a \iff -\sqrt{a}\leq x\leq \sqrt{a}$ կամ $x\in[-\sqrt{a};\sqrt{a}]$ $(a\geq 0)$

$x^2\geq a \iff x\leq -\sqrt{a} \cup x\geq\sqrt{a}$ կամ $x\in(-\infty;-\sqrt{a}]\cup[\sqrt{a};\infty)$

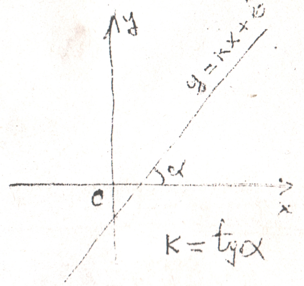
12) $|x|\leq a \iff -a\leq x\leq a$

$|x|\geq a \iff x\leq -a \cup x\geq a$

2

Գծային ֆունկցիա

Ընդհանուր տեսքը $y=kx+b$



k — կոչվում է անկյունային գործակից

b — ազատ անդամ

$k=\operatorname{tg}\alpha$

Գրաֆիկը ուղիղ գիծ է:

Կառուցումը $y=kx+b$ ֆունկցիայի գրաֆիկը կառուցելու համար բավական է գտնել OX և OY առանցքների հետ հատման կետերը՝ մի դեպքում վերց. $x=0$ գտնել y-ը $A(0;y)$, մյուս դեպքում վերց. $y=0$ գտնել x-ը $B(x;0)$ և այդ երկու կետերով անցնող ուղիղը կլինի $y=kx+b$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Կիրառություն ա) $A(x_0;y_0)$ կետը ընկած կլինի $y=kx+b$ ուղղի վրա, եթե նրա կոորդինատները բավարարեն այդ ուղղի հավասարմանը:

բ) $y=kx+b$ ուղիղը կանցնի $A(x_0;y_0)$ կետով, եթե A կետի կոորդինատները բավ. ուղղի հավասարմանը:

գ) եթե $b=0$ $y=kx$ ուղիղը կանցնի կոորդ. սկզբնակետով:

Ուղիղների փոխդասավորությունը

1) $y=k_1x+b_1$, $y=k_2x+b_2$ ուղիղները կլինեն // եթե $\begin{cases} k_1=k_2 \\ b_1\neq b_2 \end{cases}$

2) եթե $k_1\neq k_2 \iff$ ուղիղները հատվում են:

3) եթե $k_1=k_2$, $b_1=b_2 \iff$ ուղիղները համընկնում են:

Օրինակ Գրել բանաձևով այն ուղղի հավասարումը, որը անցնում է $A(1;2)$ կետով և // $y=3-2x$ ուղղին $(k=-2)$:

Լուծում եթե. որոնելի ուղղի հավասարումն է՝ $y=kx+b$:

Այն, եթե անցնի A կետով $\Rightarrow \begin{cases} 2=k\cdot 1+b \\ k=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} b=4 \\ k=-2 \end{cases}$ Պատ.՝ $y=-2x+4$

// $y=3-2x$ ուղղին $\Rightarrow$

Դիտողություն Ուղիղ գիծը կարող է տրված լինել ընդհանուր տեսքով

$$a_1x+b_1y+c_1=0 \ :$$

Այն միշտ կարելի է բերել $y=kx+b$ տեսքի: Իրոք

$$y=-\frac{a_1}{b_1}x-\frac{c_1}{b_1} \Rightarrow k=-\frac{a_1}{b_1},\quad b=-\frac{c_1}{b_1}$$

Դիտողություն (ինքնուրույն աշխատանքի) Տրված են երկու ուղիղներ.

$a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$

$k_1=-\frac{a_1}{b_1}$ $k_2=-\frac{a_2}{b_2}$

1) Եթե $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}$, $\frac{c_1}{a_1}\neq\frac{c_2}{a_2}$ $\Leftrightarrow$ ուղիղները // են: Այլ կերպ. $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ $\Leftrightarrow$ ուղիղները // են:

2) Եթե $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ $\Leftrightarrow$ ուղիղները հատվում են:

3) Եթե $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ $\Leftrightarrow$ ուղիղները համընկնում են:

Խնդիր k-ի և m-ի ինչպիսի արժեքների դեպքում $4x-my+3=0$ և $-2x-3y+k=0$ ուղիղները կլինեն // (չեն համընկնի):

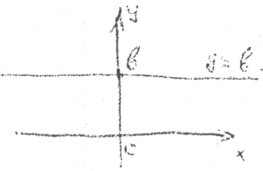
Լուծում

I եղանակ $k_1=\frac{4}{m}$, $k_2=-\frac{2}{3}$, $b_1=\frac{3}{m}$, $b_2=\frac{k}{3}$

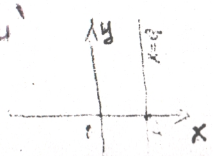
$\frac{4}{m}=-\frac{2}{3}$, $\frac{3}{m}\neq\frac{k}{3}$ $\Rightarrow m=-6$, $k\neq-\frac{3}{2}$

II եղանակ $\frac{4}{-2}=\frac{-m}{-3}\neq\frac{3}{k}$ $\Rightarrow m=-6$, $k\neq-\frac{3}{2}$

Դիտողություն ա) $y=b$ ուղիղը // OX առանցքին



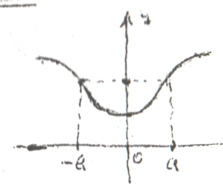
բ) $x=a$ ուղիղը // OY առանցքին



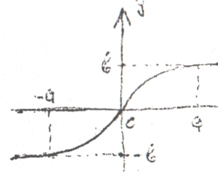
Ֆունկցիաների գրաֆիկների ուսումնասիրումը ($y=f(x)$)

1) Եթե $f(-x)=f(x)$ — ֆունկցիան զույգ է: Գրաֆիկը սիմետրիկ է Oy-ի նկատմամբ:

Օրինակ $y=x^2+1$: $f(-x)=(-x)^2+1=x^2+1=f(x) \Rightarrow$ $\Rightarrow$ ֆունկցիան զույգ է:

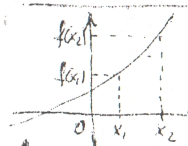


2) Եթե $f(-x)=-f(x)$ — ֆունկցիան կենտ է: Գրաֆիկը սիմետրիկ է $O(0;0)$ կոորդինատների սկզբնակետի նկատմամբ:

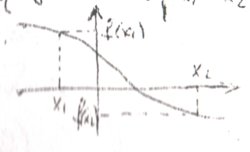


Օրինակ $f(x)=\frac{x^2}{x^3+x}$: $f(-x)=\frac{(-x)^2}{(-x)^3+(-x)}=\frac{x^2}{-x^3-x}=\frac{x^2}{-(x^3+x)}=-\frac{x^2}{x^3+x}=-f(x) \Rightarrow$ $\Rightarrow$ ֆունկցիան կենտ է:

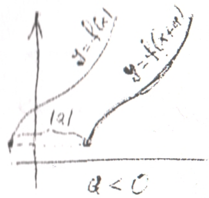
3) Եթե $x_1<x_2$, $f(x_1)<f(x_2)$ — ֆունկցիան աճող է: Գրաֆիկը բարձրանում է վերև:



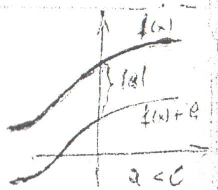
Եթե $x_1<x_2$, $f(x_1)>f(x_2)$ — ֆունկցիան նվազող է Գրաֆիկը իջնում է ներքև



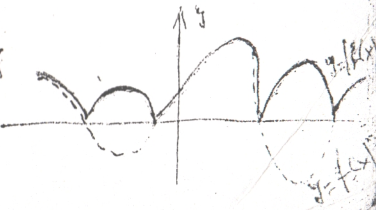
4) Եթե ունենք $y=f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, ապա $y=f(x+a)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ստացվում է $y=f(x)$-ի գրաֆիկից, այն a միավոր տեղաշարժելով ա) աջ, երբ $a<0$ տեղաշարժը կատարելով: բ) ձախ, երբ $a>0$



5) Եթե ունենք $y=f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, ապա $y=f(x)+a$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ստացվում է $y=f(x)$-ի գրաֆիկից, այն a միավոր վերև՝ երբ $a>0$, կամ ներքև՝ երբ $a<0$ կատարելով տեղաշարժելով:



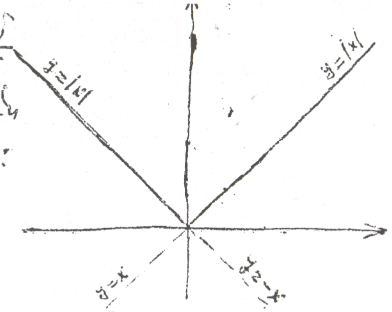
$y=|f(x)|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ստացվում 5 $y=f(x)$-ի գրաֆիկից, Ox-ից ներքև բաժինը համաչափ արտապատկերելով վերև:



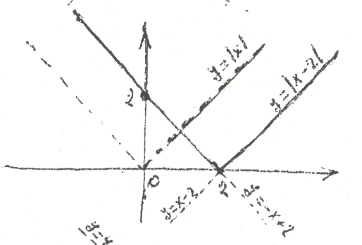
$y=|x|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը

Երբ $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$ և $y=|x|$ ֆունկցիան կհամընկնի $y=x$ ֆունկցիայի հետ (երբ $x \geq 0$):

Երբ $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$ և $y=|x|$ ֆունկցիան կհամընկնի $y=-x$ ֆունկցիայի հետ (երբ $x<0$):



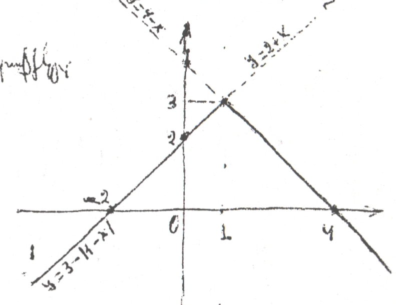
Կառուցել $y=|x-2|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:
$y=|x|$-ի գրաֆիկը 2 միավոր բերելու ենք աջ, քանի որ $a=-2<0$ $(f(x-2))$:



Կառուցել $y = 3 - |1-x|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը

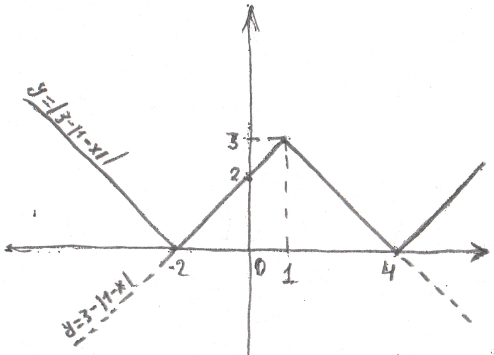
ա) երբ $1-x \geq 0 \Rightarrow y = 2+x$ (երբ $x \leq 1$)

բ) երբ $1-x < 0 \Rightarrow y = 4-x$ (երբ $x > 1$)



Կառուցել $y = |3 - |1-x||$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Այդ նախորդ ենք Ե)-րդ կետի $y=3-|1-x|$ ֆունկցիայի գրաֆիկի այն մասը, որը ընկած է Ox-ից ներքև, Ox-ի նկատմամբ սիմետրիկ արտապատկերել վերև.



Գծային հավասարումներ և դրանց լուծումները:

$ax = b$ տեսքի հավասարումը կոչվում է գծ. հավասարում:

1) Երբ $a \neq 0$ —— ունի մեկ լուծում՝ $x = \frac{b}{a}$

2) Երբ $a=0,\ b \neq 0$ —— լուծում չունի:

3) Երբ $a=0,\ b=0$ —— ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ

Օրինակ

a-ի ինչ արժեքների դեպքում $(2a^2-a)x+1=a^2+x$ հավասարումը լուծում չունի:

Լուծում: Բերենք գծ. հավ. տեսքի. $(2a^2-a-1)x = a^2-1$

լուծում չի ունենա երբ $\begin{cases} 2a^2-a-1=0 \\ a^2-1 \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1=-\frac{1}{2},\ a_2=1 \\ a \neq \pm 1 \end{cases}$ Պատ.՝ $a=-1$

Կրճատ բազմապատկման բանաձևեր

1) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

2) $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

3) $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

4) $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

5) $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

6) $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

7) $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

8) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

Բնական ցուցիչով աստիճան

Սահմանում $\quad a^n = \underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n \text{ անգամ}}$ $\qquad \boxed{a^0 = 1}$

Հատկություններ

1) $a^m\cdot a^n = a^{m+n}$ $\qquad 2^3\cdot 2^5 = 2^8$

2) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\qquad 5^6 : 5^2 = 5^4$

3) $(a^m)^n = a^{mn}$ $\qquad (3^2)^3 = 3^6$

4) $(ab)^n = a^n b^n$ $\qquad 6^5 = (2\cdot 3)^5 = 2^5\cdot 3^5$

5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ $\qquad \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{2^3}{3^3}$

6) երբ $a \geq 0 \Rightarrow a^n \geq 0$ $\quad n \in N$ (բնական թվերի

երբ $a \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} a^n \geq 0 & \text{երբ } n\text{-ը զույգ է } (n=2k \\ a^n \leq 0 & \text{երբ } n\text{-ը կենտ է } (n=2k \end{cases}$

Օրինակ $\quad (-2)^3 = -8$

$(-2)^4 = 16$

Սահմանում $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $\qquad n \in N$

$2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$. $\qquad \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} = \dfrac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \dfrac{1}{\frac{1}{9}} = 9$

Հետևանք $\quad a^n\cdot a^{-n} = 1$

Գծային հավասարումների համակարգեր

$$(1)\ \begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} (k_1=-\frac{a_1}{b_1} \text{ անկյունային գործ.}) \\ (k_2=-\frac{a_2}{b_2} \text{ անկյունային գործ.}) \end{matrix}$$

(1) համակարգի լուծում կոչվում է այն $(x;y)$ թվազույգը, որը բավարարում է համակարգի յուրաքանչյուր հավասարմանը:

Գծային համակարգերի լուծելիությունը

1) Երբ $k_1 \neq k_2 \iff$ համակարգը ունի մեկ լուծում:
Կամ, երբ $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$, կամ երբ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \iff$ համակ. ունի մեկ լուծ.

2) Երբ $k_1 = k_2$ և $-\frac{c_1}{b_1} \neq \frac{c_2}{b_2} \iff$ համակարգը լուծում չունի:
Կամ, երբ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \iff$ համակարգը լուծում չունի

3) Երբ $k_1 = k_2$ և $\frac{c_1}{b_1} = \frac{c_2}{b_2} \iff$ համակարգը ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ:
Կամ, երբ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \iff$ անթիվ բազմ. լուծումներ:

a-ի ինչ արժեքների դեպքում համակարգը լուծում չունի.

$\boxed{N\ 4-2}$

$$\begin{cases} 3x+(a+5)y=-11 \\ x+4y-7=0 \end{cases} \iff \begin{cases} 3x+(a+5)y+11=0 \\ x+4y-7=0 \end{cases}$$

Լուծում. $\underline{\text{I}}$ եղանակ

$$\begin{cases} y=-\frac{3}{a+5}x-\frac{11}{a+5}, & k_1=-\frac{3}{a+5},\ b_1=-\frac{11}{a+5} \\ y=-\frac{1}{4}x+\frac{7}{4}, & k_2=-\frac{1}{4},\ b_2=\frac{7}{4} \end{cases}$$

Լուծում չունի, երբ $\begin{cases} -\frac{3}{a+5}=-\frac{1}{4} \\ -\frac{11}{a+5} \neq \frac{7}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} a=7 \\ a \neq -\frac{79}{7} \end{cases}$ Պատ. $a=7$.

II եղանակ

Լուծում չունի, երբ $\frac{3}{1}=\frac{a+5}{4} \neq -\frac{11}{7}$

Պատ. $a=7$.

10 Համակարգերի լուծումը տեղադրման եղանակով

$$\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-4 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}=-2 \end{cases} \begin{cases} 3x-2y=-24 \\ 2x+y=-8 \end{cases} \begin{cases} 3x-2(-2x-8)=-24 \\ y=-2x-8 \end{cases} \begin{cases} x=-\frac{40}{7} \\ y=\frac{24}{7} \end{cases}$$

Պատ. $(-\frac{40}{7}; \frac{24}{7})$

Համակարգերի լուծումը գումարման եղանակով

$$\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-4 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}=-2 \end{cases} \begin{cases} 3x-2y=-24 & |1 \\ 2x+y=-8 & |2 \end{cases} \begin{cases} 7x=-40 \\ 2x+y=-8 \end{cases} \begin{cases} x=-\frac{40}{7} \\ y=\frac{24}{7} \end{cases}$$

Պատ. $(-\frac{40}{7}; \frac{24}{7})$

Սահմանում: Գծային հավասարումների համակարգի լուծումը ($(x;y)$ թվազույգը) համակարգի հավասարումներով որոշվող գծերի հատման կետն է ($(x;y)$ թվազույգին համապատասխանող $A(x;y)$ կետը xOy հարթության վրա):

9

Գծային հավասարումների համակարգեր

$$(1)\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$$

($k_1=-\frac{a_1}{b_1}$ անկյունային գործ.)
($k_2=-\frac{a_2}{b_2}$ անկյունային գործ.)

Սահմանում: (1) համակարգի լուծում կոչվում է այն $(x;y)$ թվազույգը որը բավարարում է համակարգի յուրաքանչյուր հավասարմանը:

Գծային համակարգերի լուծելիությունը

1) Երբ $k_1 \neq k_2 \iff$ համակարգը ունի մեկ լուծում:
Կամ, երբ $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$, կամ երբ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \iff$ համակ. ունի մեկ լուծում:

2) Երբ $k_1 = k_2$ և $\frac{c_1}{b_1} \neq \frac{c_2}{b_2} \iff$ համակարգը լուծում չունի:
Կամ, երբ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \iff$ համակարգը լուծում չունի

3) Երբ $k_1 = k_2$ և $\frac{c_1}{b_1} = \frac{c_2}{b_2} \iff$ համակարգը ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ:
Կամ, երբ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \iff$ անթիվ բազմ. լուծումներ:

Օրինակ a-ի ինչ արժեքների դեպքում համակարգը լուծում չունի.

$\boxed{4գ.-2}$
$$\begin{cases} 3x+(a+5)y=-11 \\ x+4y-7=0 \end{cases} \iff \begin{cases} 3x+(a+5)y+11=0 \\ x+4y-7=0 \end{cases}$$

Լուծում I եղանակ.
$$\begin{cases} y=-\frac{3}{a+5}\cdot x-\frac{11}{a+5}, & k_1=-\frac{3}{a+5},\ b_1=-\frac{11}{a+5} \\ y=-\frac{1}{4}x+\frac{7}{4}, & k_2=-\frac{1}{4},\ b_2=\frac{7}{4} \end{cases}$$

Լուծում չի ունենա, երբ $\begin{cases} -\frac{3}{a+5}=-\frac{1}{4} \\ -\frac{11}{a+5}\neq\frac{7}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} a=7 \\ a\neq-\frac{79}{7} \end{cases}$ Պատ. $a=7$.

II եղանակ

Լուծում չունի, երբ $\frac{3}{1}=\frac{a+5}{4}\neq-\frac{11}{7}$

Պատ. $a=7$

10. Համակարգերի լուծումը տեղադրման եղանակով.

$$\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-4 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}=-2 \end{cases} \begin{cases} 2x-3y=-24 \\ 2x+y=-8 \end{cases} \begin{cases} 2x-3(-2x-8)=-24 \\ y=-2x-8 \end{cases} \begin{cases} x=-6 \\ y=-20 \end{cases}$$

Պատ. $(-6;-20)$

Համակարգերի լուծման գումարման եղանակը

$$\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-4 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}=-2 \end{cases} \begin{cases} 2x-3y=-24 \\ 2x+y=-8 \end{cases}\begin{matrix} 1 \\ + \\ 3 \end{matrix} \begin{cases} 8x=-48 \\ 6x+3y=-24 \end{cases} \begin{cases} x=-6 \\ y=-20 \end{cases}$$ Պատ. $(-6;-20)$

Դիտողություն: Գծային հավասարումների համակարգի լուծումը ($(x;y)$ թվազույգը) համակարգի հավասարումներով որոշվող ուղիղների հատման կետն է ($(x;y)$ թվազույգին համապատասխան $A(x\ y)$ կետը xOy հարթության վրա):

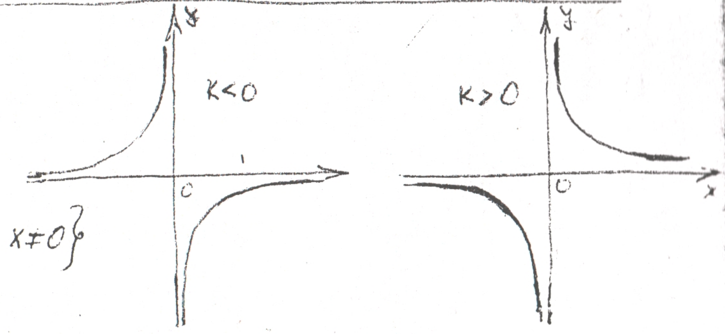
11

Հակադարձ համեմատականության ֆունկցիա

$y = \frac{k}{x}$

գրաֆիկը — հիպերբոլ

$D(y): \{x \,/\, x\in R,\ x\neq 0\}$



Օրինակ 250 բ) k-ի և b-ի ինչ արժեքների դեպքում $y=\frac{k}{x}$ հիպերբոլը և $y=kx+b$ ուղիղը անցնում են $Q(-2;3)$ կետով:

Լուծում

$$\begin{cases} 3=\frac{k}{-2} \\ 3=k\cdot(-2)+b \end{cases} \quad \begin{cases} k=-6 \\ 3=12+b \end{cases} \quad \begin{cases} k=-6 \\ b=-9 \end{cases}$$

Պատ. $-6; -9$

12

Իրական թվեր

Սահմանում $\frac{m}{n}$ անկրճատելի կոտորակի տեսքով ներկայացվող թվերը կոչվում են ռացիոնալ թվեր: (Q)

Դիտողություն Պարզ է, որ բոլոր ամբողջ թվերը ռացիոնալ թվեր են: Օրինակ $-6=-\frac{6}{1}$, $13=\frac{13}{1}$

Դիտողություն Յուրաքանչյուր ռացիոնալ թիվ ներկայացվում է անվերջ պարբերական տասնորդական կոտորակի տեսքով:

Օրինակ $7=7,000\ldots$, $\frac{2}{3}=0,66\ldots=0,(6)$, $\frac{3}{4}=0,7500\ldots$

$\frac{5}{7}=0,714285714285\ldots=0,(714285)$

Սահմանում Այն թվերը, որոնք ներկայացվում են անվերջ ոչ պարբերական տասնորդական կոտորակների տեսքով կոչվում են իռացիոնալ թվեր:

Օրինակ Ապացուցել, որ $\sqrt{2}$-ը իռացիոնալ թիվ է:

Լուծում Ըստ հակասող ենթադրենք է, որ այն ներկայացվում $\frac{m}{n}$ անկրճատելի կոտորակի տեսքով

Ենթ. հակառակը՝ $\sqrt{2}=\frac{m}{n}$ (որտեղ $\frac{m}{n}$-ը անկրճատելի

Այդ դեպքում $\frac{m^2}{n^2}=2 \Rightarrow m^2=\underbrace{2n^2}_{\text{զույգ}} \Rightarrow m^2$-ն զույգ

$\Rightarrow m$-ը զույգ է, այսինքն՝ $m=2k \Rightarrow$

$\Rightarrow 4k^2=2n^2 \Rightarrow n^2=2k^2 \Rightarrow n$-ը զույգ է՝ $n=2p$

Այսպիսով $\frac{m}{n}=\frac{2k}{2p}$ կրճատելի $\Rightarrow \sqrt{2}$-ը իռացիոնալ

Իռացիոնալ են նաև $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \ldots$-ը

Սահմանում Բոլոր ռացիոնալ և իռացիոնալ թվերի միավորված բազմությունը կոչվում է իրական թվերի բազմություն

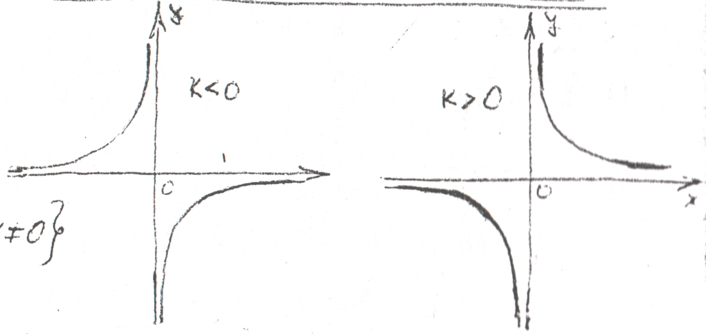
11

Հակադարձ համեմատականության ֆունկցիա

$y = \frac{k}{x}$

գրաֆիկը — հիպերբոլ

$D(y): \{x \,/\, x \in R,\ x \neq 0\}$



Օրինակ 250 բ) k-ի և b-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $y = \frac{k}{x}$ հիպերբոլը և $y = kx + b$ ուղիղը անցնում է $Q(-2; 3)$ կետով:

Լուծում

$$\begin{cases} 3 = \frac{k}{-2} \\ 3 = k \cdot (-2) + b \end{cases} \quad \begin{cases} k = -6 \\ 3 = 12 + b \end{cases} \quad \begin{cases} k = -6 \\ b = -9 \end{cases}$$

Պատ.՝ $-6; -9$

12

Իրական թվեր

Սահմանում $\frac{m}{n}$ անկրճատելի կոտորակի տեսքով ներկայացվող թվերը կոչվում են ռացիոնալ թվեր: (Q)

Դիտողություն Պարզ է, որ բոլոր ամբողջ թվերը ռացիոնալ թվեր են: Օրինակ՝ $-6 = -\frac{6}{1}$, $13 = \frac{13}{1}$

Դիտողություն Յուրաքանչյուր ռացիոնալ թիվ ներկայացվում է անվերջ պարբերական տասնորդական կոտորակի տեսքով:

Օրինակ $7 = 7,000\ldots$, $\frac{2}{3} = 0,66\ldots = 0,(6)$, $\frac{3}{4} = 0,7500\ldots$

$\frac{5}{7} = 0,714285714285\ldots = 0,(714285)$

Սահմանում Այն թվերը, որոնք ներկայացվում են անվերջ ոչ պարբերական տասնորդական կոտորակների տեսքով կոչվում են իռացիոնալ թվեր:

Օրինակ Ապացուցենք, որ $\sqrt{2}$-ը իռացիոնալ թիվ է:

Լուծում Դրա համար բավական է ց/ի, որ այն չի ներկայացվում $\frac{m}{n}$ անկրճատելի կոտորակի տեսքով:
Ենթ. հակառակը՝ $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ (որտեղ $\frac{m}{n}$-ը անկրճատելի է)
Այդ դեպքում $\frac{m^2}{n^2} = 2 \Rightarrow m^2 = \underbrace{2n^2}_{\text{զույգ}} \Rightarrow m^2$-ն զույգ է $\Rightarrow$
$\Rightarrow m$-ը զույգ է, այսինքն՝ $m = 2k \Rightarrow$
$\Rightarrow 4k^2 = 2n^2 \Rightarrow n^2 = 2k^2 \Rightarrow n$-ը զույգ է՝ $n = 2p$:
Ստացվեց $\frac{m}{n} = \frac{2k}{2p}$ կրճատելի $\Rightarrow \sqrt{2}$-ը իռացիոնալ է:
Իռացիոնալ են նաև $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \ldots$-ը:

Սահմանում Բոլոր ռացիոնալ և իռացիոնալ թվերի բազմությունը կոչվում է իրական թվերի բազմություն:

Թվաբանական քառակուսի արմատ

Սահմանում: a ոչ բաց. թվի քառ. արմատ կոչվում է այն ոչ բացասական թիվը, որի քառակուսին $= a$ և նշ. է $\sqrt{a}$:

Հետևություն: Սահմանումից հետևում է, որ $a \geq 0$ և $\boxed{(\sqrt{a})^2 = a}$
երբ $a<0$ $\sqrt{a}$-ն իմաստ չունի:

$x^2 = a$ հավասարման լուծումը

$$\boxed{x = \pm\sqrt{a}} \qquad a \geq 0$$

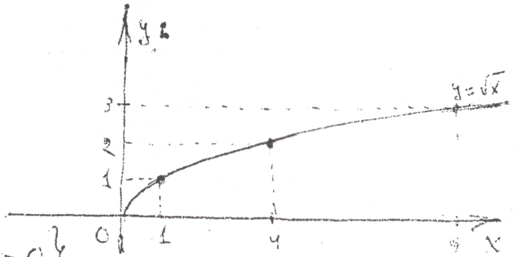
Հետևություն

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

Օրինակ $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$

$y=\sqrt{x}$ ֆունկցիայի գրաֆիկը

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4



Որոշման տիրույթը՝ $D(y): \{x / x \geq 0\}$

Արժեքների տիրույթը՝ $E(y): \{y / y \geq 0\}$

Օրինակ Կառուցել $y = 2 - \sqrt{x+1}$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

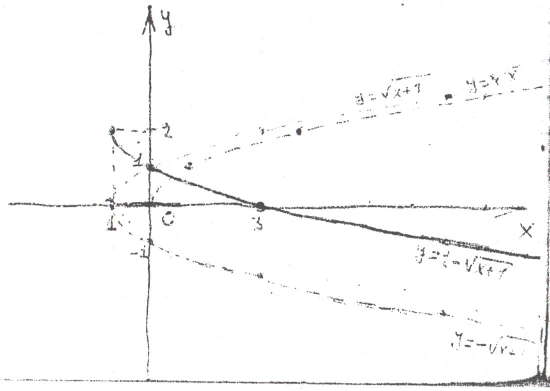
Լուծում

$f(x) = \sqrt{x}$

$f(x+1) = \sqrt{x+1}$

$-f(x+1) = -\sqrt{x+1}$

$f(x) = -f(x+1) + 2 = 2 - \sqrt{x+1}$



Քառ. արմատի հատկությունները

1) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$

2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

3) $\sqrt{a^{2k}} = a^k$, $a \geq 0$

Հետևանք

ա) $a\sqrt{b} = \begin{cases} -\sqrt{a^2 b}, & a \leq 0 \\ \sqrt{a^2 b}, & a \geq 0 \end{cases}$

բ) $\sqrt{a^{2k+1}} = \sqrt{a^{2k}\cdot a} = a^k\sqrt{a}$, $a \geq 0$

Օրինակ

$a\sqrt{b^2a^2} = \begin{cases} -\sqrt{b^2a^4}, & \text{երբ } a \leq 0 \\ \sqrt{b^2a^4}, & \text{երբ } a \geq 0 \end{cases}$

Օրինակ Արտահանել գործ. բազմ. արմատանշանի տակից:

$\sqrt{a^6b^3c^7}$, երբ $a<0$, $b<0$, $c<0$:

Լուծում $\sqrt{a^6b^3c^7} = -a^3bc^3\sqrt{b\cdot c}$

Օրինակ Ազատվել հայտարարի իռացիոնալությունից:

1) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{1}{1-\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{-1} = -1-\sqrt{2}$

3) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{2}+2+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+2-\sqrt{3})((\sqrt{2}+2)+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}+2+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+2)^2-(\sqrt{3})^2} =$

$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+2}{2+4\sqrt{2}+4-3} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+2}{4\sqrt{2}+3} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+2)(4\sqrt{2}-3)}{(4\sqrt{2}+3)(4\sqrt{2}-3)} =$

$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+2)(4\sqrt{2}-3)}{32-9}$

Օրինակ Լուծել $\sqrt{(x-3)^2} = 1$ հավասարումը:

Լուծում $|x-3| = 1$

1) $\begin{cases} x-3 \leq 0 \\ -x+3 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 3 \\ x = 2 \end{cases}$ $x=2$ լուծում

2) $\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x > 3 \\ x = 4 \end{cases}$ $x=4$ լուծում:

Պատ. 2; 4.

Բացասական ցուցիչով (ամբողջ) աստիճան

$$\boxed{a^{-n}=\frac{1}{a^n}} \Rightarrow \frac{1}{a^{-n}}=a^n$$

Օրինակ $\frac{6^n}{2^{n-1}\cdot 3^{n+1}}=\frac{2^n\cdot 3^n}{2^{n-1}\cdot 3^{n+1}}=2^{n-(n-1)}\cdot 3^{n-(n+1)}=2\cdot 3^{-1}=2\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

Օրինակ $6{,}1\cdot x^{-3}\cdot y\cdot(0{,}1\cdot x\, y^{-1})^{-1}=\frac{6{,}1y}{x^3}\cdot\left(\frac{0{,}1x}{y}\right)^{-1}=\frac{6{,}1y\cdot y}{x^3\cdot 0{,}1x}=\frac{6{,}1y^2}{0{,}1x^4}=61y^2x^{-4}$

Օրինակ $\frac{5^{n+1}\cdot 2^{n-2}+5^{n-2}\cdot 2^{n-1}}{10^{n-2}}=\frac{2^{n-2}\cdot 5^{n-2}(5^3+2)}{10^{n-2}}=\frac{10^{n-2}\cdot 127}{10^{n-2}}=127$

n-աստիճանի արմատ

$$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$$

Սահմանում: a թվից n աստիճանի արմատ կոչվում է այն թիվը, որի n աստիճանը հավասար է a: Նշ. է $\sqrt[n]{a}$:

Դիտողություն

ա) Երբ $a\geq 0$, ապա $\sqrt[n]{a}$-ն իմաստ ունի:

բ) Երբ $a<0$, n զույգ է, ապա $\sqrt[n]{a}$-ն իմաստ չունի:

գ) Երբ ~~[illegible]~~ n կենտ է, ապա $\sqrt[n]{a}$-ն իմաստ ունի:

Օրինակ $\sqrt[3]{8}=2$, $\sqrt[3]{-8}=-2$, $\sqrt[4]{16}=2$

$\sqrt[4]{-16}$ իմաստ չունի:

Արմատներն զույգ աստիճանի արմատից դուրս բացասական թվեր չի կարող:

Հատկությունները նույնն են, ինչ որ ռաց. արմատի համար:

Ռացիոնալ ցուցիչով աստիճան

Սահմանում

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}}$$

$a^{\frac{mk}{n}}=\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^k$

$3^{\frac{12}{5}}=\left(3^{\frac{4}{5}}\right)^3$

Հատկություններ Երբ p-ն և q-ն ռացիոնալ թվեր են, ապա

1) $a^p\cdot a^q=a^{p+q}$ Օրինակ $2^{\frac{2}{3}}\cdot 2^{\frac{3}{5}}=2^{\frac{10+9}{15}}=2^{\frac{19}{15}}=\sqrt[15]{2^{19}}$

2) $a^p:a^q=a^{p-q}$ Օրինակ $2^{-\frac{3}{4}}:2^{\frac{2}{5}}=2^{-\frac{3}{4}-\frac{2}{5}}=2^{-\frac{23}{20}}=\sqrt[20]{2^{-23}}$

3) $(a\cdot b)^{\frac{m}{n}}=a^{\frac{m}{n}}\cdot b^{\frac{m}{n}}$

4) $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}=\frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}}$

7) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[nm]{a}$ Օրինակ $\sqrt[3]{\sqrt{6}}=\sqrt[6]{6}$, $\sqrt[3]{\sqrt[5]{-3}}=\sqrt[15]{-3}$

5) $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ Օրինակ $\sqrt[12]{a^{15}b^9c^{18}}=\sqrt[4]{a^5b^3c^6}$

6) $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{k}{q}}=a^{\frac{mk}{nq}}$ Օրինակ $\left(3^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{4}{5}}=3^{-\frac{8}{15}}=\sqrt[15]{3^{-8}}=\frac{1}{\sqrt[15]{3^8}}$

Օրինակ 2.013

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}+\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{a-1}}\right):\left(1+\sqrt{\frac{a+1}{a-1}}\right)=$$

$$=\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a+1}}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{a+1})^2}+\frac{\sqrt{a}+\sqrt{a-1}}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{a-1})^2}\right):\frac{\sqrt{a-1}+\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}}=$$

$$=\left(-(\sqrt{a}-\sqrt{a+1})+\sqrt{a}+\sqrt{a-1}\right)\cdot\frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a-1}+\sqrt{a+1}}=$$

$$=\frac{(\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1})\cdot\sqrt{a-1}}{\sqrt{a-1}+\sqrt{a+1}}=\sqrt{a-1}$$

Դիտողություն $a^{\frac{m}{n}}=\left(a^{\frac{m}{kn}}\right)^k$ Օրինակ $2^{\frac{1}{3}}=\left(2^{\frac{1}{6}}\right)^2$, $2^{\frac{3}{10}}=\left(2^{\frac{3}{40}}\right)^4$

$a^x=\left(a^{\frac{x}{2}}\right)^2$ կամ $a^{2x}=(a^x)^2$ Օրինակ $3^{\frac{1}{5}}=\left(3^{\frac{1}{20}}\right)^4$

1.003

$$\left(\frac{(a+b)^{-1/4}\cdot c^{1/2}}{a^{2-n}\, b^{-3/4}}\right)^{4/3} : \left(\frac{b^{3} c^{4}}{(a+b)^{2n}\, a^{16-8n}}\right)^{1/6} =$$

$$= \frac{(a+b)^{-1/3}\cdot c^{2/3}}{a^{\frac{8-4n}{3}}\, b^{-1}} \cdot \frac{(a+b)^{1/3}\cdot a^{\frac{8-4n}{3}}}{b^{1/2}\, c^{2/3}} = \frac{b}{b^{1/2}} = b^{1/2} = \sqrt{b}$$

1.014

$$\frac{x-y}{x^{3/4}+x^{1/2}y^{1/4}} \cdot \frac{x^{1/2}y^{1/4}+x^{1/4}y^{1/2}}{x^{1/2}+y^{1/2}} \cdot \frac{x^{1/4}-y^{1/4}}{x^{1/2}-2x^{1/4}y^{1/4}+y^{1/2}} =$$

$$= \frac{(x^{1/4}-y^{1/4})(x^{1/4}+y^{1/4})(x^{1/2}+y^{1/2})\cdot x^{1/4}y^{1/4}(x^{1/4}+y^{1/4})(x^{1/4}-y^{1/4})}{x^{1/2}(x^{1/4}+y^{1/4})\cdot(x^{1/2}+y^{1/2})\cdot(x^{1/4}-y^{1/4})^2} =$$

$$= \frac{y^{1/4}(x^{1/4}+y^{1/4})}{x^{1/4}}$$

1.098

$$\frac{1-\sqrt{2t}}{\frac{1-\sqrt[4]{8t^3}}{1-\sqrt[4]{2t}}-\sqrt{2t}} \cdot \left(\frac{\sqrt[4]{\frac{1}{2t}}+\sqrt[4]{4t^2}}{1+\sqrt[4]{\frac{1}{2t}}}-\sqrt{2t}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{1-\sqrt{2t}}{\frac{(1-\sqrt[4]{2t})(1+\sqrt[4]{2t}+\sqrt{2t})}{1-\sqrt[4]{2t}}-\sqrt{2t}} \cdot \left(\frac{\frac{1+(\sqrt[4]{2t})^3}{\sqrt[4]{2t}}}{\frac{\sqrt[4]{2t}+1}{\sqrt[4]{2t}}}-\sqrt{2t}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{1-\sqrt{2t}}{1+\sqrt[4]{2t}} \cdot \left(\frac{(1+\sqrt[4]{2t})(1-\sqrt[4]{2t}+\sqrt{2t})}{\sqrt[4]{2t}+1}-\sqrt{2t}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{(1-\sqrt[4]{2t})(1+\sqrt[4]{2t})}{1+\sqrt[4]{2t}} \cdot (1-\sqrt[4]{2t})^{-1} = 1$$

2.126 Ապացուցել. $(4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}} = 2$

$$(4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}} = \sqrt{(4+\sqrt{15})^2(\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3}))^2(4-\sqrt{15})} =$$

$$= \sqrt{(4+\sqrt{15})\,2\,(5-2\sqrt{15}+3)\,(16-15)} =$$

$$= \sqrt{(4+\sqrt{15})\,2\,(8-2\sqrt{15})} = \sqrt{4(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})} = \sqrt{4(16-15)} = 2$$

2.132 Ստուգել.

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{1} = \frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{3} + \frac{4(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4}$$

$$\sqrt{7}+\sqrt{6} = \sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{3}$$

$$\sqrt{7}+\sqrt{6} = \sqrt{7}+\sqrt{6}$$

Օրինակ Ապացուցել, որ $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ -ը բնական թիվ է:

Լուծում I եղանակ Եթե $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}} = a$, $a>0$

$$a^2 = \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^2 =$$

$$= 7+4\sqrt{3}+2\sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}+7-4\sqrt{3} = 14+2\sqrt{49-48} = 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}} = 4: \quad \left.\begin{matrix} a^2=16 \\ a>0 \end{matrix}\right] \Rightarrow a=4 \quad \text{Պատ. } 4:$$

II եղանակ

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2+2\cdot2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}+\sqrt{2^2-2\cdot2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{(2+\sqrt{3})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}|+|2-\sqrt{3}| = 2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3} = 4$$

2.153 $\sqrt{8-a}+\sqrt{5+a} = 5$; գտնել $\sqrt{(8-a)(5+a)}$-ն:

$$8-a+2\sqrt{(8-a)(5+a)}+5+a = 25$$

$$\sqrt{(8-a)(5+a)} = 6 \quad \text{Պատ. } 6.$$

1-7 46 Ապացուցել.

$$2(\sqrt{5}-\sqrt{3})^{-1}+5(\sqrt{8}+\sqrt{3})^{-1}-3(\sqrt{8}-\sqrt{5})^{-1} = 0$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{5}{\sqrt{8}+\sqrt{3}}-\frac{3}{\sqrt{8}-\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}+\frac{5(\sqrt{8}-\sqrt{3})}{8-3}-\frac{3(\sqrt{8}+\sqrt{5})}{8-5}$$

$$= \sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{8}-\sqrt{3}-\sqrt{8}-\sqrt{5} = 0$$

Քառակուսի հավասարումներ

$$\boxed{ax^2+bx+c=0}$$

1) Արմատները՝ $$\boxed{x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Մասնավորապես՝ երբ b-ն զույգ է ($b=2k$) արմատները կլինեն՝

$$\boxed{x_{1,2}=\frac{-\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}}{a}}$$

2) $\boxed{D=b^2-4ac}$ արտահայտությունը կոչվում է դիսկրիմինանտ.

3) $ax^2+bx+c=0$ քառ. հավասարման լուծելիությունը.

ա) երբ $D=b^2-4ac>0$ — հավ.-ը ունի երկու տարբեր արմատներ.

բ) երբ $D=0$ — հավ.-ը ունի մեկ արմատ (կրկնակի արմատ).

գ) երբ $D<0$ — հավ.-ը լուծում չունի.

4) Թերի քառ. հավասարումներ

ա) $ax^2+c=0$ երբ $-\frac{c}{a}\geq 0$ $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$.

բ) $ax^2+bx=0$ ($c=0$) միշտ ունի լուծում.

$x(ax+b)=0 \Rightarrow x_1=0,\ x_2=-\frac{b}{a}$

Մասնավորապես՝ մյուս բ) տեսքի քառ. հավասարումները ունեն երկու լուծում, որոնցից մեկը 0.

5) Վիետի թեորեմը

Եթե x_1, x_2-ը $ax^2+bx+c=0$ քառ. հավասարման արմատներն են, ապա

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a} \end{cases}$$

Հակադարձ թեորեմ

Եթե $\left.\begin{matrix} x_1+x_2=-p \\ x_1\cdot x_2=q \end{matrix}\right] \Rightarrow x_1, x_2$-ը հանդիսանում են $x^2+px+q=0$ քառ. հավասարման արմատներ.

6) Քառ. հավասարման արմատների նշանները

ա) Եթե $\left.\begin{matrix} D>0 \\ x_1x_2=\frac{c}{a}>0 \\ x_1+x_2=-\frac{b}{a}>0 \end{matrix}\right] \Rightarrow$ քառ. հավասարումն ունի երկու իրարից տարբեր դրական արմատներ ($x_1>0,\ x_2>0$)

բ) Եթե $\left.\begin{matrix} D>0 \\ x_1x_2=\frac{c}{a}>0 \\ x_1+x_2=-\frac{b}{a}<0 \end{matrix}\right] \Rightarrow$ քառ. հավասարումն ունի երկու իրարից տարբեր բացասական արմատներ ($x_1<0,\ x_2<0$)

գ) Եթե $\left.\begin{matrix} D>0 \\ x_1x_2=\frac{c}{a}<0 \end{matrix}\right] \Rightarrow$ քառ. հավասարումն ունի երկու տարբեր նշանի արմատներ.

Երկքառակուսային հավասարումներ

$$\boxed{ax^4+bx^2+c=0}$$

Լուծվում է նշանակելով՝ $x^2=t$. Կստանանք՝

$at^2+bt+c=0$ քառ. հավասարումը ($t\geq 0$)

Այս հավասարման դրական լուծումները տեղադրելով $x^2=t$ հավասարման մեջ և լուծելով կգտնենք երկքառակուսային հավասարման լուծումները.

21

3ա — 16

$x^2+\sqrt{a+1}\cdot x+24=0$

$x_1=3x_2$

a — ?

$a+1\geq 0 \Rightarrow a\geq -1$

$\begin{cases} x_1\cdot x_2=24 \\ x_1=3x_2 \\ x_1+x_2=-\sqrt{a+1}\end{cases}$ $\begin{cases} 3x_2^2=24,\ x_2=\pm 2\sqrt{2} \\ x_1=\pm 6\sqrt{2} \\ x_1+x_2=-\sqrt{a+1}\end{cases}$

ա) $x_1=2\sqrt{2},\ x_2=6\sqrt{2} \Rightarrow x_1+x_2=8\sqrt{2}$

$-\sqrt{a+1}=8\sqrt{2}$ $\varnothing$

բ) $x_1=-2\sqrt{2},\ x_2=-6\sqrt{2} \Rightarrow x_1+x_2=-8\sqrt{2}$

$-\sqrt{a+1}=-8\sqrt{2}$ կամ $\sqrt{a+1}=8\sqrt{2}$

$a+1=128 \Rightarrow a=127$ Պատ.՝ $\boxed{127}$

Լուծել $x^2-3x+2=0$ քառակուսային հավասարումը լրիվ քառակուսու անջատման եղանակով:

Լուծում

$x^2-3x+2=x^2-2\cdot\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+2=$

$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=\left(\left(x-\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{2}\right)\left(\left(x-\frac{3}{2}\right)+\frac{1}{2}\right)=$

$=(x-2)(x-1)=0 \Rightarrow x_1=2,\ x_2=1$

3ա — 30

$x^2+(a-1)x+a+3=0$

$x_1(3x_2+1)=2-x_2$

a — ?

$\begin{cases} x_1+x_2=1-a \\ x_1\cdot x_2=a+3 \\ 3x_1x_2+x_1=2-x_2\end{cases}$ $\begin{cases} x_1+x_2=1-a \\ x_1\cdot x_2=a+3 \\ 3(a+3)+(1-a)=2\end{cases}$

$2a=-8$ $a=-4$ Պատ.՝ $\boxed{-4}$

3բ — 10

$(2p-1)x^2-(3p-2)x-8p=0$

$x_1=3$

p — ?, x_2 — ?

Քանի որ $x_1=3$-ը լուծում է, տեղադրենք այն քառակուսային հավասարման մեջ:

$9(2p-1)-3(3p-2)-8p=0$

$p=3$

$x_1\cdot x_2=-\frac{8p}{2p-1}$ կամ $3x_2=-\frac{24}{2\cdot 3-1}$

$x_2=-\frac{8}{5}$ Պատ.՝ $p=3,\ x_2=-8/5$

3բ — 2

$x^2-4x-2=0$

x_1, x_2-ը լուծումներն են

$x_1^{-2}+x_2^{-2}$ — ?

$x_1^{-2}+x_2^{-2}=\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2\cdot x_2^2}=$

$=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1\cdot x_2)^2}$

Ըստ Վիետի $\left.\begin{matrix} x_1+x_2=4 \\ x_1\cdot x_2=-2\end{matrix}\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1^{-2}+x_2^{-2}=\frac{16-2\cdot(-2)}{(-2)^2}=3$ Պատ.՝ $\boxed{3}$

3բ — 5Ը

$ax^2+bx+c=0$ հավասարման արմատներն են՝

$x_1=-2,\ x_2=1$

$z=(c+a)(a+b)^{-1}$ — ?

$z=\frac{c+a}{a+b}=\frac{\frac{c+a}{a}}{\frac{a+b}{a}}=\frac{\frac{c}{a}+1}{1+\frac{b}{a}}$

$\left.\begin{matrix} -\frac{b}{a}=x_1+x_2=-1 \Rightarrow \frac{b}{a}=1 \\ \frac{c}{a}=x_1\cdot x_2=-2 \Rightarrow \frac{c}{a}=-2\end{matrix}\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow z=\frac{-2+1}{1+1}=-\frac{1}{2}$ Պատ.՝ $\boxed{-1/2}$

3բ — 6Ը

$ax^2+bx+c=0$

$x_1=4,\ x_2=c,\ a\neq 0{,}25$

$b\cdot a^{-1}+16^c$ — ?

$b\cdot a^{-1}+16^c=\frac{b}{a}+1$

$\left.\begin{matrix} x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}\end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{matrix} c+4=-\frac{b}{a} \\ \frac{c}{a}=4c\end{matrix}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} c+4=-\frac{b}{a} \\ c\left(\frac{1}{a}-4\right)=0 \\ a\neq 0{,}25\end{cases}$ $\begin{cases} \frac{b}{a}=-4 \\ c=0\end{cases} \Rightarrow b\cdot a^{-1}+16^c$

Պատ.՝ $\boxed{-3}$

Առանց լուծելու գտնել $x^2-3x+2=0$ հավասարման արմատների խորանարդների գումարը:

$x_1^3+x_2^3$ — ?

$\left.\begin{matrix} x_1+x_2=3 \\ x_1\cdot x_2=2\end{matrix}\right]$ ըստ Վիետի

$x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)=$

$=(x_1+x_2)\left((x_1+x_2)^2-2x_1x_2-x_1x_2\right)=$

$=(x_1+x_2)\left((x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right)=3(9-6)=9$

Պատ.՝ $\boxed{9}$

23

Քառակուսի եռանդամ

$$\boxed{y = ax^2+bx+c}$$

1) $D=b^2-4ac$ -ն կոչվում է դիսկրիմինանտ:

2) Երկանդամի քառակուսու անջատումը:

$$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=$$
$$=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

3) Քառ. եռանդամի արտադրիչների վերլուծումը:

Երբ $D=b^2-4ac\geq 0 \Rightarrow$ կարող ենք գրել՝

$$\frac{b^2-4ac}{4a^2}=\left(\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}\right)^2\right]=$$
$$=a\left[x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=$$
$$=a\left(x-\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=$$
$$=a(x-x_1)(x-x_2),$$ որտեղ x_1, x_2-ը եռանդամի արմատներն են:

Հետևաբար, երբ $D>0$, ապա

$$\boxed{ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)}$$

Զորավարժություն Ցույց տալ, որ՝

$$\boxed{ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}}$$

(*)

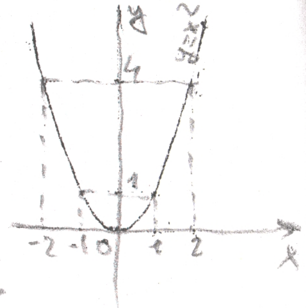
24

Քառակուսային եռանդամի գրաֆիկը

$\boxed{y=ax^2+bx+c}$ Գրաֆիկը պարաբոլ է:

Մասնավոր դեպքեր

1) $y=x^2$, $a=1,\ b=0,\ c=0$



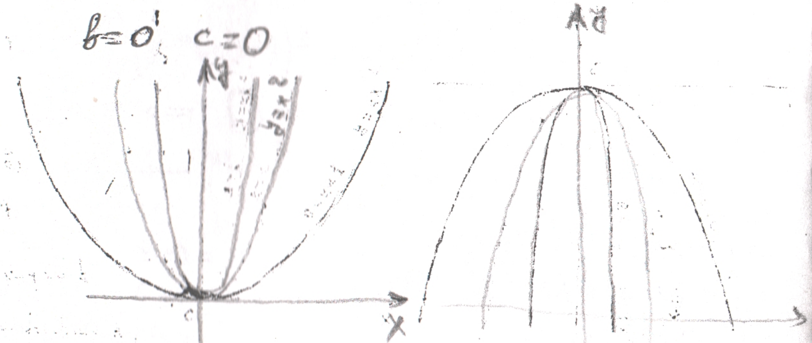
Գրաֆիկը սիմետրիկ է Oy-ի նկատմամբ, գագաթը $(0,0)$ կետում, ճյուղերը վերև, $x\in(-\infty;1)$ — նվազող, $x\in(0;\infty)$ — աճող

Զորավարժություն $y=-x^2$ ֆունկցիայի (երբ $a=-1,\ b=0,\ c=0$) գրաֆիկը ստացվում է $y=x^2$ ֆ-ի գրաֆիկից այն սիմետրիկ արտապատկերելով Ox-ի նկատմամբ՝ ճյուղերը կլինեն ներքև:

2) $y=ax^2$ $b=0,\ c=0$

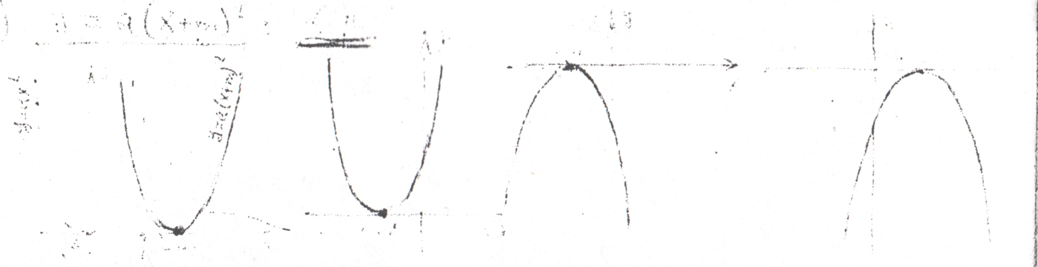
$|a|<1$ —

$|a|>1$



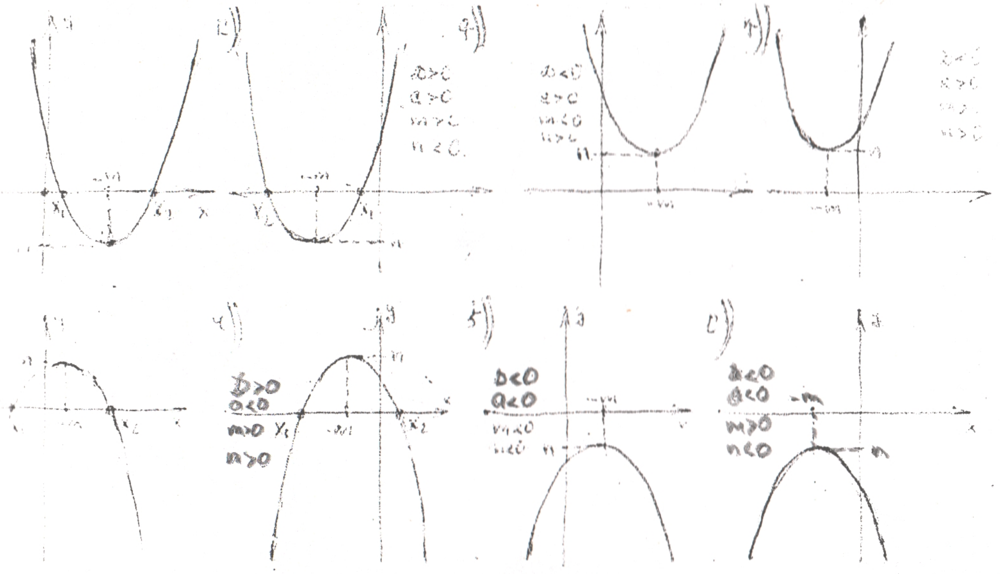
ա) $a>0$ — պարաբոլի ճյուղերը վերև են:
բ) $a<0$ — պարաբոլի ճյուղերը ներքև են:

3) $y=a(x+m)^2$



$a>0,\ m<0$ | $a>0,\ m>0$ | $a<0,\ m>0$ | $a<0,\ m<0$

$y = a(x+m)^2 + n$

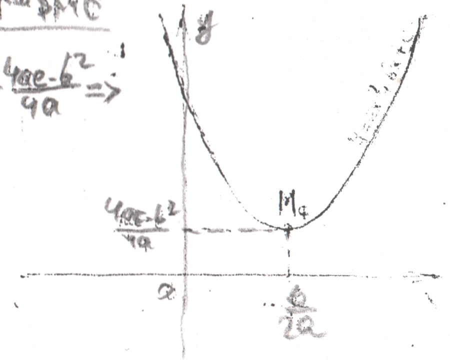


$y = ax^2 + bx + c$ ֆունկցիայի գրաֆիկը

(*) $\Rightarrow \quad ax^2+bx+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a} \Rightarrow$

$\Rightarrow m = \frac{b}{2a}, \quad n = \frac{4ac-b^2}{4a}$

$$\boxed{M_0\left(-\frac{b}{2a};\ \frac{4ac-b^2}{4a}\right)}$$



Օրինակ: Գտնել $y = 1+2x-x^2$ ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը $(a=-1, b=2, c=1)$

$a=-1 \Rightarrow$ ճյուղերը ներքև, ուստի $y_{max} = y_0 =$

$= \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4\cdot(-1)\cdot 1-2^2}{4\cdot(-1)} = \frac{-4-4}{-4} = 2$ Պատ. $\boxed{2}$

Օրինակ: a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $x^2+ax+a-2=0$ հավասարման արմատների քառակուսիների գումարը կլինի ամենափոքրը.

Լուծում

$$\left.\begin{aligned} x_1+x_2 &= -a \\ x_1\cdot x_2 &= a-2 \end{aligned}\right] \Rightarrow x_1^2+x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = a^2-2(a-2)$$

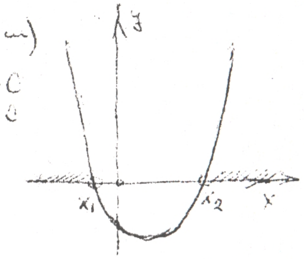
$y = x_1^2+x_2^2 = a^2-2a+4$ ֆուն. նվազագույն է (ճյուղերը վերև են), փոքրագույն արժեքը կլինի գագաթում՝ $y_0 = \frac{16-4}{4} = 3$ Պատ. $\boxed{3}$

Քառակուսի անհավասարումներ

1)) $y = ax^2 + bx + c > 0$

ա)

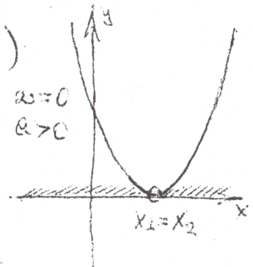
$D > 0$
$a > 0$



Պատասխան՝ $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; \infty)$
կամ $x < x_1$ U $x > x_2$

բ)

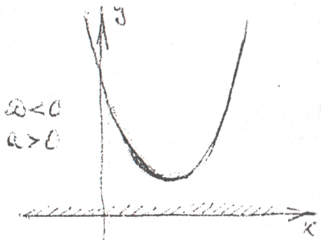
$D = 0$
$a > 0$



$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; \infty)$
$x < x_1$ U $x > x_1$

գ)

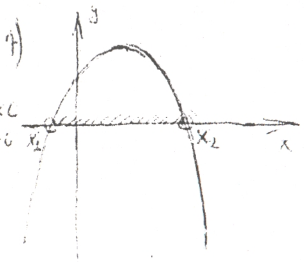
$D < 0$
$a > 0$



$x \in (-\infty; \infty)$
$-\infty < x < \infty$

դ)

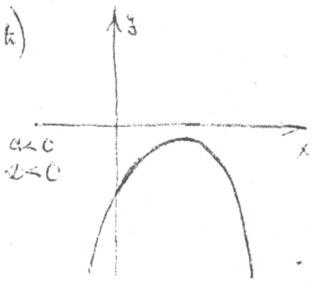
$a < 0$
$D > 0$



$x \in (x_1; x_2)$
$x_1 < \cancel{x} < x_2$

ե)

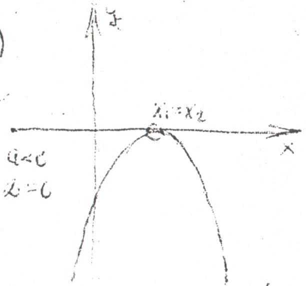
$a < 0$
$D < 0$



Պատասխան՝ $\varnothing$

զ)

$a < 0$
$D = 0$



Պատասխան՝ $\varnothing$

Դիտողություն՝ $ax^2 + bx + c \geq 0$ անհավասարման լուծումը.

ա) դեպքում՝ $x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; \infty)$

բ) դեպքում՝ $x \in (-\infty; \infty)$

գ) դեպքում՝ $x \in (-\infty; \infty)$

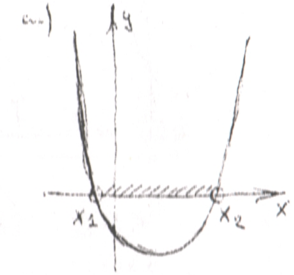
դ) դեպքում՝ $x \in [x_1; x_2]$

ե) դեպքում՝ $\varnothing$

զ) դեպքում՝ միակ լուծում՝ $x = x_1$

2)) $y = ax^2 + bx + c < 0$

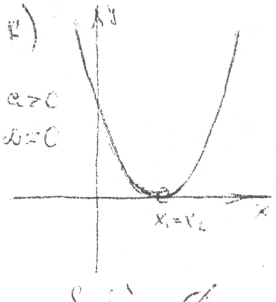
ա)



$x \in (x_1; x_2)$
$x_1 < x < x_2$

բ)

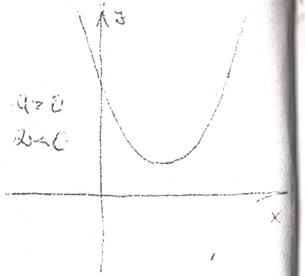
$a > 0$
$D = 0$



Պատասխան՝ $\varnothing$

գ)

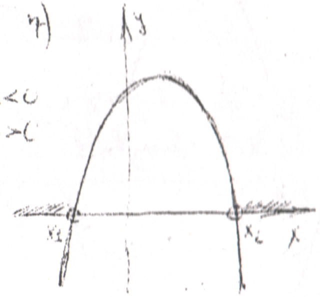
$a > 0$
$D < 0$



Պատասխան՝ $\varnothing$

դ)

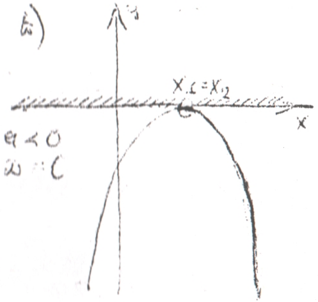
$a < 0$
$D > 0$



$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; \infty)$
$x < x_1$ U $x > x_2$

ե)

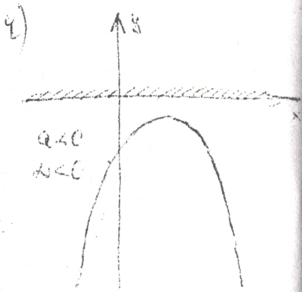
$a < 0$
$D = 0$



$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; \infty)$
$x < x_1$ U $x > x_1$

զ)

$a < 0$
$D < 0$



$x \in (-\infty; \infty)$
$-\infty < x < \infty$

Դիտողություն՝ $ax^2 + bx + c \leq 0$ անհավասարման լուծումը.

ա) դեպքում՝ $x \in [x_1; x_2]$

բ) դեպքում՝ միակ լուծում՝ $x = x_1$

գ) դեպքում՝ $\varnothing$

դ) դեպքում՝ $x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; \infty)$

ե) դեպքում՝ $x \in (-\infty; \infty)$

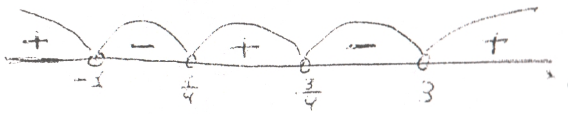
զ) դեպքում՝ $x \in (-\infty; \infty)$

Միջակայքերի եղանակ

Օր. - 6

$$\frac{(x+1)(4x-1)^2}{(x-3)(4x-3)^2} < 0$$

[illegible] 0-ները՝ $x_1=-1,\ x_2=\frac{1}{4},\ x_3=3,\ x_4=\frac{3}{4}$



Դ.Ա.Բ.

$x \neq 3,\quad x \neq \frac{3}{4}$

$x \in (-\infty; \frac{3}{4}) \cup (\frac{3}{4}; 3) \cup (3; \infty)$

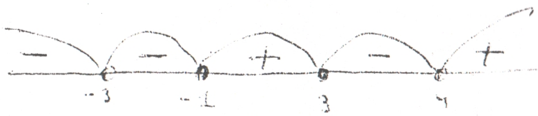
Պատ.՝ $x \in (-1; \frac{1}{4}) \cup (\frac{3}{4}; 3)$

Դիտողություն. Եթե լիներ ≤ 0 անհավասարումը, ապա $\frac{1}{4}$-ը և -1-ը կմտնեին պատասխանի մեջ։

Օր. - 4

$$\frac{(x-3)(x+1)}{(x+3)^2(x-4)} \leq 0$$

0-ները՝ $x_1=3;\ x_2=-1,\ x_3=-3;\ x_4=4$



!

Դ.Ա.Բ.

$x \neq -3,\quad x \neq 4$

$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 4) \cup (4; \infty)$

Պատ.՝ $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; -1] \cup [3; 4)$

Օր. - 13

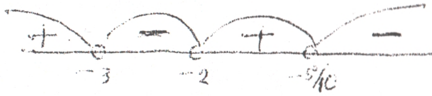
$$\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x+6} < 1$$

$$\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x+6} - 1 < 0$$

$$\frac{-10x-9}{x^2+5x+6} < 0$$

Գտնենք 0-ները. $-10x-9=0 \Rightarrow x_1=-\frac{9}{10}$

$x^2+5x+6=0 \Rightarrow x_1=-3,\ x_2=-2$



Դ.Ա.Բ.

$x \neq -3,\ x \neq -2$

Պատ. $x \in (-3; -2) \cup (-\frac{9}{10}; \infty)$

Օր. - 55

$$\frac{(x-3)^2(x-4)}{\sqrt{2x^2-x-6}} \geq 0$$

[illegible] $(x-3)^2 \geq 0$ միշտ

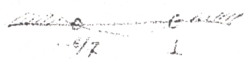
Դ.Ա.Բ.-ում $\sqrt{2x^2-x-6} > 0$ միշտ

$\Rightarrow x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$

Դ.Ա.Բ.

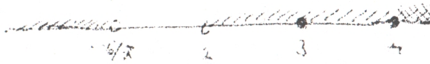
$2x^2-x-6>0$

$x_1=-\frac{6}{4},\ x_2=2$



$x \in (-\infty; -6/4) \cup (2; \infty)$

Պատ.՝



$x \in [4; \infty) \cup \{3\}$

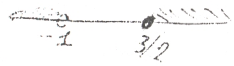
Կոտորակային անհավասարումներ

Օրինակ

$$\frac{2x-3}{1+x} \leq 0$$

Լուծման I եղանակ

1) $\begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 1+x<0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 3/2 \\ x<-1 \end{cases}$



$x = \varnothing$

2) $\begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ 1+x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 3/2 \\ x>-1 \end{cases}$

Պատ.՝ $x \in (-1; 3/2]$

Լուծման II եղանակ

Միջ. եղանակ։ Դ.Ա.Բ. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$

Գտնենք [illegible] 0-ները։

$x_1=-1,\quad x_2=3/2$

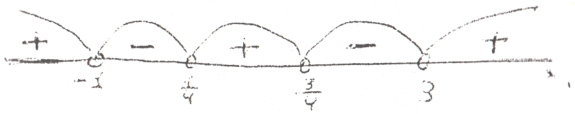
Պատ. ~~$x \in (-\infty; -1) \cup [3/2; \infty)$~~

$x \in (-1; 3/2]$

Միջակայքերի մեթոդ

Խն-6
$$\frac{(x+1)(4x-1)^2}{(x-3)(4x-3)^2}<0$$

Համարիչի և հայտարարի 0-ները՝ $x_1=-1,\ x_2=\frac{1}{4},\ x_3=3,\ x_4=\frac{3}{4}$



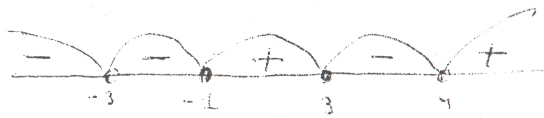
Թ.Ա.Ր.
$x\neq 3,\quad x\neq\frac{3}{4}$
$x\in(-\infty;\frac{3}{4})\cup(\frac{3}{4};3)\cup(3;\infty)$

Պատ.՝ $x\in(-1;\frac{1}{4})\cup(\frac{3}{4};3)$

Ուշադրություն՝ Երբ լիներ ≤ 0 անհավասարումը, ապա $\frac{1}{4}$-ը և -1-ը կմտնեին պատասխանի մեջ։

Խն-4
$$\frac{(x-3)(x+1)}{(x+3)^2(x-4)}\leq 0$$

0-ները՝ $x_1=3;\ x_2=-1,\ x_3=-3;\ x_4=4$



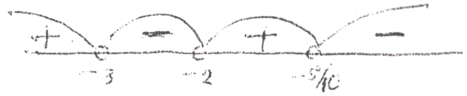
Թ.Ա.Ր.
$x\neq -3,\quad x\neq 4$
$x\in(-\infty;-3)\cup(-3;4)\cup(4;\infty)$

!

Պատ.՝ $x\in(-\infty;-3)\cup(-3;-1]\cup[3;4)$

Խն-13
$$\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x+6}<1$$
$$\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x+6}-1<0$$
$$\frac{-10x-9}{x^2+5x+6}<0$$

Գտնենք 0-ները՝ $-10x-9=0 \Rightarrow x_1=-\frac{9}{10}$
$x^2+5x+6=0 \Rightarrow x_1=-3,\ x_2=-2$



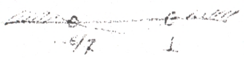
Թ.Ա.Ր.
$x\neq-3,\ x\neq-2$

Պատ. $x\in(-3;-2)\cup(-\frac{9}{10};\infty)$

Խն-59
$$\frac{(x-3)^2(x-4)}{\sqrt{2x^2-x-6}}\geq 0$$

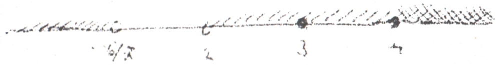
Թ.Ա.Ր.-ում $\left.\begin{array}{l}(x-3)^2\geq 0 \text{ միշտ}\\ \sqrt{2x^2-x-6}>0 \text{ միշտ}\end{array}\right] \Rightarrow x-4\geq 0 \Rightarrow x\geq 4$

Թ.Ա.Ր.
$2x^2-x-6>0$
$x_1=-\frac{6}{2},\ x_2=1$



$x\in(-\infty;-\frac{6}{2})\cup(1;\infty)$

Պատ.՝



$x\in[4;\infty)\cup\{3\}$

Կոտորակային անհավասարումներ

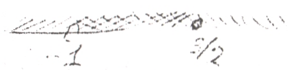
Օրինակ
$$\frac{2x-3}{1+x}\leq 0$$

Լուծում I եղանակ

1) $\begin{cases}2x-3\geq 0\\ 1+x<0\end{cases}\ \begin{cases}x\geq 3/2\\ x<-1\end{cases}$

$x=\varnothing$

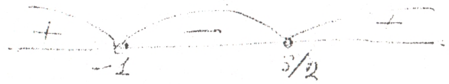
2) $\begin{cases}2x-3\leq 0\\ 1+x>0\end{cases}\ \begin{cases}x\leq 3/2\\ x>-1\end{cases}$



Պատ.՝ $x\in(-1;3/2]$

Լուծում II եղանակ Միջ. եղանակ։ Թ.Ա.Ր. $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;\infty)$

Գտնենք համարիչի և հայտարարի 0-ները։
$x_1=-1,\quad x_2=3/2$



Պատ. ~~$x\in(-\infty;-1)\cup[3/2;\infty)$~~
$x\in(-1;3/2]$

3) Երկքառակուսի հավասարման լուծումների քանակը

$ax^4+bx^2+c=0$ (*) (լուծումները՝ x_1, x_2, x_3, x_4):

Համարժեք է $t=x^2$ նշանակումով՝

$at^2+bt+c=0$ (**) (լուծումները՝ t_1, t_2):

ա) $D<0 \Rightarrow$ (**)-ը լուծում չունի $\Rightarrow$ (*) լուծում չունի:

կամ $\begin{cases} D\geq 0 \\ t_1 t_2=\frac{c}{a}>0 \\ t_1+t_2=-\frac{b}{a}<0 \end{cases} \Rightarrow$ (**)-ը ունի ~~...~~ 2 հատ (կամ $t_1=t_2<0$ մեկ) բացասական արմատ $\Rightarrow$ (*)-ը լուծում չունի:

բ) երբ $\begin{cases} c=0 \\ a\cdot b>0 \end{cases} \Rightarrow t_1=0,\ t_2<0 \Rightarrow$ (*)-ը ունի մեկ լուծում $x=0$:

գ) երբ $\begin{cases} D>0 \\ t_1\cdot t_2=\frac{c}{a}<0 \end{cases}$ (կարելի է չգրել) $\Rightarrow$ (**)-ը ունի տարբեր նշանների արմատներ ($t_1<0,\ t_2>0$) $\Rightarrow$ (*)-ը ունի երկու արմատ՝ $x_{1,2}=\pm\sqrt{t_2}$

կամ $\begin{cases} D=0 \\ t_1+t_2=-\frac{b}{a}>0 \end{cases} \Rightarrow$ (**)-ը ունի $t_1=t_2>0$ մեկ արմատ $\Rightarrow$ (*)-ը ունի երկու արմատ՝ $x_{1,2}=\pm\sqrt{t_1}$:

դ) երբ $\begin{cases} c=0 \\ a\cdot b<0 \end{cases} \Rightarrow t_1=0,\ t_2>0 \Rightarrow$ (*)-ը ունի 3 արմատ՝ $x_1=0,\ x_{2,3}=\pm\sqrt{t_2}$:

ե) երբ $\begin{cases} D>0 \\ t_1 t_2=\frac{c}{a}>0 \\ t_1+t_2=-\frac{b}{a}>0 \end{cases} \Rightarrow$ (**)-ը ունի 2 տարբեր դրական արմատներ՝ $t_1>0,\ t_2>0 \Rightarrow$ (*)-ը ունի 4 արմատ՝ $x_{1,2}=\pm\sqrt{t_1}$, $x_{3,4}=\pm\sqrt{t_2}$

Օրինակ Խնդիր 6դ-33

$y=x^2+(3a+2)x+8a+14=0$

$x_1<1,\quad x_2>1$

a — ?

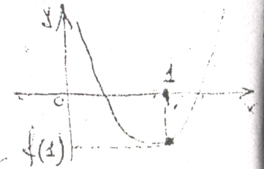
I եղանակ (լավը չէ)

$\begin{cases} D>0 \\ x_1=\frac{-3a-2-\sqrt{(3a+2)^2-4(8a+14)}}{2}<1 \\ x_2=\frac{-3a-2+\sqrt{(3a+2)^2-4(8a+14)}}{2}>1 \end{cases}$

Ստացվում են բարդ իռացիոնալ անհավասարումներ:

II եղանակ (շատ լավը)

$y=f(x)$



$\begin{cases} D>0 \\ f(1)<0 \end{cases}$ $\begin{cases} (3a+2)^2-4(8a+14)>0 \\ 1^2+(3a+2)\cdot 1+8a+14<0 \end{cases}$

$\begin{cases} 9a^2-20a-52>0 \\ 11a+17<0 \end{cases}$ $\begin{cases} a_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{568}}{9} \\ a<-17/11 \end{cases}$

$\frac{10-\sqrt{568}}{9}$, $\frac{10+\sqrt{568}}{9}$, $-17/11$

Ցույց տանք $a_2=\frac{10+\sqrt{568}}{9}>-\frac{17}{11}$ (ակնհայտ)

$a_1-\left(-\frac{17}{11}\right)=\frac{10-\sqrt{568}}{9}+\frac{17}{11}=\frac{263-11\sqrt{568}}{99}=\frac{\sqrt{69169}-\sqrt{68728}}{99}>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_2>-\frac{17}{11}$

Պատ. $-17/11$, a_1, a_2

$a\in\left(-\infty;-\frac{17}{11}\right)$

5դ-60 $Ax^2+Bx+C=0$

$x^4-2(a+1)x^2-a^2-a=0$

ունի միայն երեք լուծում

a — ?

Եթե $x^2=t>0$

$t^2-2(a+1)t-a^2-a=0$

$A=1$, $B=-2(a+1)$, $C=-a^2-a$

$\begin{cases} C=-a^2-a=0 \\ A\cdot B=-2(a+1)<0 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1=0,\ a_2=-1 \\ a>-1 \end{cases}$

Պատ. -1, 0

$a=0$

5դ-13 33

7-13

5-ը $ax^2+bx-5=0$ $(a>0)$ հավասարման արմատն է: Գտնել $ax^4+bx^2-5=0$ հավ. արմատները

Հայտնի է, որ $t_1=5$-ը $at^2+bt-5=0$ հավասարման արմատն է: Լուծենք երկքառակուսի հավասարումը, եթե $x^2=t>0$:

Դիտարկենք՝ $at^2+bt-5=0$; $t_1=5$

$\cancel{t_1\cdot t_2=-\frac{5}{a}}$, $\cancel{t_1+t_2=-\frac{b}{a}}$

$\begin{cases} a>0 \\ t_1=5>0 \\ t_1\cdot t_2=5\cdot t_2=-\frac{5}{a}<0 \end{cases} \Rightarrow t_2<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ երկքառ. հավ. լուծում կլինի՝ $x_{1,2}=\pm\sqrt{5}$ Պատ.՝ $\boxed{\pm\sqrt{5}}$

4գ-5

գ-5 $\begin{cases} (-2x+5)(x-1)>0 \\ a-3x\le 1 \end{cases}$

Համակարգը չունի լուծում

a — ?

$\begin{cases} 2x^2-7x+5<0 \\ x\ge \frac{a-1}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=1;\ x_2=5/2 \\ x\ge \frac{a-1}{3} \end{cases}$

Համակարգը լուծում չի ունենա երբ $\frac{a-1}{3}\ge\frac{5}{2}$:

$2a-2\ge 15 \Rightarrow a\ge\frac{17}{2}$

Պատ. $a\in[\frac{17}{2};\infty)$

4գ-23

$\begin{cases} 5-3x\le 0{,}5(2+x) \\ 6x-a\le 3 \end{cases}$

Համակարգի լուծումների բազմությունը պարունակում է միայն մեկ ամբողջ թիվ

a — ?

$\begin{cases} 3{,}5x\ge 4 \\ 6x\le 3-a \end{cases}$ $\begin{cases} x\ge 8/7 \\ x\le\frac{3-a}{6} \end{cases}$

Միակ ամբողջ թիվը կպարունակի, եթե

$4\le\frac{3-a}{6}<5$

$24\le 3-a<30$

$21\le -a<27$

$-27<a\le -21$ Պատ. $a\in(-27;-21]$

5դ-23 54

$x^2+2ax-1\le 0$

Լուծումների բազմությունը 2 երկարության միջակայք է:

a — ?

$D=a^2+1>0 \Rightarrow$ ...

$x_2-x_1=2.$

$\begin{cases} x_1=-a-\sqrt{a^2+1} \\ x_2=-a+\sqrt{a^2+1} \end{cases} \Rightarrow x_2-x_1=$

$=-a+\sqrt{a^2+1}+a+\sqrt{a^2+1}=2\sqrt{a^2+1}$

$2\sqrt{a^2+1}=2 \Rightarrow a^2+1=1 \Rightarrow a=0$

Պատ. $a=0$

5դ-54

$\sqrt{x-a}+\sqrt{x^2-2a^2+7a}=0,\ a>0$

Քանի որ $\sqrt{x-a}\ge 0$ և $\sqrt{x^2-2a^2+7a}\ge 0$ թ.ա.ք.-ում միշտ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x-a}=\sqrt{x^2-2a^2+7a}=0$ ուստի

$\begin{cases} \sqrt{x-a}=0 \\ \sqrt{x^2-2a^2+7a}=0 \\ a>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x-a=0 \\ x^2-2a^2+7a=0 \\ a>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=a \\ a^2-2a^2+7a=0 \\ a>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=a \\ a_1=0,\ a_2=7 \\ a>0 \end{cases}$

Պատ. $a=7.$

Մոդուլով հավասարումներ

1) $\underline{|f(x)| = g(x)} \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \end{cases} \end{array}\right.$ կամ ա) $f(x) = g(x)$ բ) $f(x) = -g(x)$ պայմանով

Օրինակ $|2x-1| = 3x+6$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x-1 = 3x+6 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -(2x-1) = 3x+6 \\ 2x-1 < 0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -7 \\ x \geq 1/2 \end{cases} \quad \varnothing \\ \begin{cases} x = -1 \\ x < 1/2 \end{cases} \end{array}\right.$ $x = -1$:

Պատ. $\boxed{x = -1}$:

2) $\underline{|f(x)| \pm |g(x)| = p(x)}$ միջակայքերով:

Օրինակ $|x+1| = 2|x-1| + x$

Գտնենք զրոյակետերը՝ $x_1 = -1$, $x_2 = 1$

ա) $x \in (-\infty; -1] \Rightarrow \begin{matrix} x+1 \leq 0 \\ x-1 < 0 \end{matrix} \Bigg| \Rightarrow \begin{matrix} |x+1| = -(x+1) = -x-1 \\ |x-1| = -(x-1) = 1-x \end{matrix} \Bigg] \Rightarrow$ հավասարումը կլինի

$\Rightarrow -x-1 = -2x+2+x \Rightarrow 0 = 3 \quad \varnothing$

բ) $x \in (-1; 1) \Rightarrow \begin{matrix} x+1 > 0 \\ x-1 < 0 \end{matrix} \Bigg| \Rightarrow \begin{matrix} |x+1| = x+1 \\ |x-1| = 1-x \end{matrix} \Bigg] \Rightarrow$ հավասարումը կլինի

$x+1 = 2-2x+x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \in (-1; 1)$ լուծում է:

գ) $x \in [1; \infty) \Rightarrow \begin{matrix} x+1 > 0 \\ x-1 \geq 0 \end{matrix} \Bigg| \Rightarrow \begin{matrix} |x+1| = x+1 \\ |x-1| = x-1 \end{matrix} \Bigg] \Rightarrow$ հավասարումը կլինի

$x+1 = 2x-2+x \Rightarrow x = \frac{3}{2} \in [1; \infty)$ լուծում է:

Պատ.՝ $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 3/2$

Մոդուլով անհավասարումներ

1) $\underline{|f(x)| \leq g(x)} \iff -g(x) \leq f(x) \leq g(x)$ կամ $\begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \geq -g(x) \end{cases}$

Օրինակ $|2x^2 - 13x + 17| \leq 7 - x$

$\begin{cases} 2x^2 - 13x + 17 \leq 7 - x \\ 2x^2 - 13x + 17 \geq -(7-x) \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 7x + 12 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \in [2; 3] \\ x \in (-\infty; 3] \cup [4; \infty) \end{cases}$ Պատ.՝ $x \in [2; 3]$

2) $\underline{|f(x)| > g(x)} \iff$ կամ $\left[\begin{array}{l} f(x) < -g(x) \\ f(x) > g(x) \end{array}\right.$

Օրինակ $|4x^2 - 2x - 37| > 19 - 4x$

կամ $\left[\begin{array}{l} 4x^2 - 2x - 37 < 4x - 19 \\ 4x^2 - 2x - 37 > 19 - 4x \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 2x^2 - 3x - 9 < 0 \\ 2x^2 + x - 28 > 0 \end{array}\right.$

Պատ.՝ $x \in (-\infty; -4) \cup (-\frac{3}{2}; 3) \cup (\frac{7}{2}; \infty)$ ~~$x \in (-4; -3/2) \cup (3; 7/2)$~~

Օրինակ $2|x-1| + |3x+4| \leq 5x+2$ 0-կետեր՝

ա) $x \in (-\infty; -4/3)$

$-2x+2-3x-4 \leq 5x+2 \Rightarrow x \geq -2/5$ $\varnothing$

բ) $x \in [-4/3; 1]$

$-2x+2+3x+4 \leq 5x+2 \Rightarrow x \geq 1$ $x = 1$

գ) $x \in (1; \infty)$

$2x-2+3x+4 \leq 5x+2$ $x \in (1; \infty)$

$2 \leq 2$

Պատ.՝ $[1; \infty)$

Իռացիոնալ հավասարումներ

$\sqrt{f(x)} = g(x) \iff$ ա) $\begin{cases} f(x) \geq 0 & \text{Թ.Ա.Ե.} \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases}$ բ) կամ ստուգումով $f(x) = [g(x)]^2$

Օրինակ $\sqrt{2x+3} = x-6$

I եղանակ $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x-6 \geq 0 \\ 2x+3 = (x-6)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -3/2 \\ x \geq 6 \\ x^2-14x+33 = 0 \end{cases}$ $x_{1,2} = 7 \pm 4$

Պատ. $x = 11$

II եղանակ $2x+3 = x^2-12x+36$

$x^2-14x+33$ $x_1 = 3$ չի բավ. $x_2 = 11$ բավ.: Պատ. 11:

$\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = P(x) \iff$ ա) $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)})^2 = [P(x)]^2 \end{cases}$

բ) կամ ստուգումով

Օրինակ $\sqrt{6x-2} - 2\sqrt{x+1} = \sqrt{2x-6}$

$\sqrt{2x-6} + 2\sqrt{x+1} = \sqrt{6x-2}$

$2x-6+4\sqrt{2x^2-4x-6}+4x+4 = 6x-2$

$\sqrt{2x^2-4x-6} = 0$ կամ $2x^2-4x-6 = 0$

$x^2-2x-3 = 0$ $x_1 = -1$ չի բավ., $x_2 = 3$ բավ. է

Պատ. $\boxed{3}$

Օրինակ $(x-1)\sqrt{x^2-x-6} = 6x-6$

$(x-1)\sqrt{x^2-x-6} - 6(x-1) = 0$

$(x-1)(\sqrt{x^2-x-6} - 6) = 0$

ա) $x-1 = 0$ $x_1 = 1$ չի բավ., որովհետև $\sqrt{\ }$-ի տակ ստացվում է < 0:

բ) $\sqrt{x^2-x-6} - 6 = 0$

$x^2-x-6 = 36$

$x^2-x-42 = 0$

$x_1 = -6$, $x_2 = 7$ բավ. են:

Պատ. $\boxed{-6;\ 7}$:

Իռացիոնալ անհավասարումներ

1) $\sqrt{f(x)} \leq g(x) \iff \begin{cases} f(x) \geq 0 \leftarrow \text{Թ.Ա.Ե.} \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq [g(x)]^2 \end{cases}$ (կամ Թ.Ա.Ե.-ը առանձին)

Օրինակ 6ր-5

$\sqrt{5x+4} - 2 \leq x$

$\sqrt{5x+4} \leq x+2$

$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 5x+4 \leq x^2+4x+4 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -2 \\ x^2-x \geq 0 \end{cases}$

$x \in [-2; 0] \cup [1; \infty)$

Թ.Ա.Ե. $5x+4 \geq 0$, $x \geq -4/5$, $x \in [-4/5; \infty)$

Պատ. $x \in [-4/5; 0] \cup [1; \infty)$

---

2) $\sqrt{f(x)} \geq g(x) \iff$ համախումբ $\left[\begin{array}{l} \text{ա) } \begin{cases} f(x) \geq 0 \leftarrow \text{Թ.Ա.Ե.} \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq [g(x)]^2 \end{cases} \\ \text{բ) } \begin{cases} g(x) < 0 \\ \text{Թ.Ա.Ե.} - f(x) \geq 0 \end{cases} \end{array} \right.$ կամ Թ.Ա.Ե.-ը առանձին:

Օրինակ համար 1337

$4x - \sqrt{6x^2-18x+12} \leq 10$

$\sqrt{6x^2-18x+12} \geq 4x-10$

Թ.Ա.Ե. $6x^2-18x+12 \geq 0$, $x^2-3x+2 \geq 0$, $x \in (-\infty; 1] \cup [2; \infty)$

ա) $\begin{cases} 4x-10 \geq 0 \\ 6x^2-18x+12 \geq 16x^2-80x+100 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 5/2 \\ 5x^2-31x+44 \leq 0 \end{cases}$ $x_1 = 2{,}2$, $x_2 = 4$

$x \in [2{,}5; 4]$

Պատ. $x \in [2{,}5; 4]$

բ) $\begin{cases} 4x-10 < 0 \\ \text{Թ.Ա.Ե.} \end{cases}$ $\begin{cases} 4x-10 < 0 \\ x^2-3x+2 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x < 5/2 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [2; \infty) \end{cases}$ $x \in (-\infty; 1] \cup [2; 5/2)$

Պատ. $x \in (-\infty; 1] \cup [2; 4]$:

3) ա) $\sqrt{f(x)}\cdot g(x)\geq 0 \iff \left[\begin{array}{l}\begin{cases} f(x)\geq 0 \leftarrow \text{Թ.Ա.Բ.}\\ g(x)\geq 0\end{cases}\\ f(x)=0\end{array}\right.$

բ) $\sqrt{f(x)}\cdot g(x)>0 \iff \begin{cases} f(x)>0\\ g(x)>0\end{cases}$

4 դեպք.

Օրինակ 6բ-14

$$(x-2)\sqrt{11x-5-2x^2}\geq 0$$

Քանի որ $\sqrt{11x-5-2x^2}\geq 0$ միշտ (Թ.Ա.Բ.-ում) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-2\geq 0\\ 11x-5-2x^2=0\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x\geq 2\\ x_1=\frac{1}{2};\ x_2=5\end{array}\right.$

Թ.Ա.Բ.

$2x^2-11x+5\leq 0$

$x_{1,2}=\frac{11\pm 9}{4}\quad x_1=\frac{1}{2},\ x_2=5$

$x\in[\frac{1}{2};\ 5]$

Պատ. $x\in[2;\ 5]\cup\{\frac{1}{2}\}$

---

4) ա) $\sqrt{f(x)}\cdot g(x)\leq 0 \iff \left[\begin{array}{l}\begin{cases} f(x)\geq 0 \leftarrow \text{Թ.Ա.Բ.}\\ g(x)\leq 0\end{cases}\\ f(x)=0\end{array}\right.$ բ)

Օրինակ խնդ. 1317

$$(2x^2-11x+15)\sqrt{7-6x-x^2}\leq 0$$

Քանի որ $\sqrt{7-6x-x^2}\geq 0$ միշտ (Թ.Ա.Բ.-ում) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2-11x+15\leq 0\\ 7-6x-x^2=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 2{,}5 \quad 3\\ x_1=-7,\quad x_2=1\end{array}\right.$

Թ.Ա.Բ.

$7-6x-x^2\geq 0$

$x^2+6x-7\leq 0$

$x_1=-7,\ x_2=1$

$x\in[-7;\ 1]$

Պատ. $x_1=-7,\quad x_2=1$

---

5) $\sqrt{f(x)}\geq\sqrt{g(x)} \iff \begin{cases} f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\\ f(x)\geq g(x)\end{cases}$ ← Թ.Ա.Բ.

---

6) $\sqrt{f(x)}\leq\sqrt{g(x)} \iff \begin{cases} f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\\ f(x)\leq g(x)\end{cases}$ ← Թ.Ա.Բ.

---

7) $\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}\geq P(x) \iff \left[\begin{array}{l}\begin{cases} f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\\ P(x)\geq 0\\ \left(\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}\right)^2\geq[P(x)]^2\end{cases}\\ \begin{cases} P(x)<0\\ \text{Թ.Ա.Բ.}\end{cases}\quad \begin{cases} P(x)<0\\ f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\end{cases}\end{array}\right.$ ← Թ.Ա.Բ.

Հաշվի Թ.Ա.Բ.-ը առանձին-առանձին։

---

8) $\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}\leq P(x) \iff \begin{cases} f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\\ P(x)\geq 0\\ \left(\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}\right)^2\leq[P(x)]^2\end{cases}$ ← Թ.Ա.Բ.

Հաշվի Թ.Ա.Բ.-ը առանձին գտնել։

---

9) $\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}\geq\sqrt{P(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\\ P(x)\geq 0\\ \left(\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}\right)^2\geq P(x)\end{cases}$ ← Թ.Ա.Բ.

Հաշվի Թ.Ա.Բ.-ը առանձին գտնել

Օրինակ 1381 խնդիր

$$\sqrt{2x-8}+\sqrt{x-5}>\sqrt{3x-9}$$

$2x-8+2\sqrt{2x^2-18x+40}+x-5>3x-9$

$\sqrt{2x^2-18x+40}>4$

$\begin{cases} 2x^2-18x+40>16\\ 2x^2-18x+40\geq 0\end{cases}\quad \begin{cases} x^2-9x+12>0\\ x^2-9x+20\geq 0\end{cases}$

$\begin{cases} x_{1,2}=\frac{9\pm\sqrt{33}}{2}\\ x_{1,2}=\frac{9\pm 1}{2}\end{cases}$

$\frac{9-\sqrt{33}}{2}\quad 4\quad 5\quad \frac{9+\sqrt{33}}{2}$

$x\in\left(-\infty;\ \frac{9-\sqrt{33}}{2}\right)\cup\left(\frac{9+\sqrt{33}}{2};\ \infty\right)$

Թ.Ա.Բ.

$\begin{cases} 2x-8\geq 0\\ x-5\geq 0\\ 3x-9\geq 0\end{cases}\quad \begin{cases} x\geq 4\\ x\geq 5\\ x\geq 3\end{cases}$

$x\in[5;\ \infty)$

Պատ. $\frac{9-\sqrt{33}}{2}\quad 5\quad \frac{9+\sqrt{33}}{2}$

$x\in\left(\frac{9+\sqrt{33}}{2};\ \infty\right)$

41)

$$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} \geq \sqrt{p(x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{p(x)} + \sqrt{g(x)} \leq \sqrt{f(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ \left(\sqrt{p(x)} + \sqrt{g(x)}\right)^2 \leq f(x) \end{cases} \leftarrow \text{Թ.Ա.Ր.}$$

1387 [illegible]

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{2x+2} < \sqrt{3x+2}$$

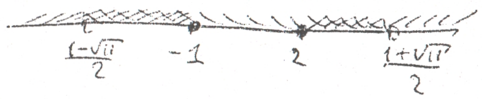
$$x - 2 + 2\sqrt{2x^2-2x-4} + 2x + 2 < 3x + 2$$

$$\sqrt{2x^2-2x-4} < 1$$

$$\begin{cases} 2x^2-2x-4 \geq 0 \\ 2x^2-2x-4 < 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-x-2 \geq 0 \\ 2x^2-2x-5 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \\ x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

$$x \in \left(\frac{1-\sqrt{11}}{2}; -1\right] \cup \left[2; \frac{1+\sqrt{11}}{2}\right)$$



Թ.Ա.Ր.

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 2x+2 \geq 0 \\ 3x+2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq -1 \\ x \geq -2/3 \end{cases}$$

$$x \in [2; \infty)$$

Պատ. $x \in \left[2; \frac{1+\sqrt{11}}{2}\right)$

1359 [illegible]

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{1-x} < \sqrt{3-2x}$$

$$x + 4 + 2\sqrt{x^2-3x+4} + 1 - x < 3 - 2x$$

$$\sqrt{x^2-3x+4} < -1 - x$$

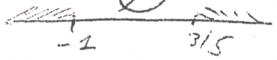
$$\begin{cases} -1-x > 0 \\ x^2-3x+4 < x^2+2x+1 \\ x^2-3x+4 \geq 0 \quad D < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -1 \\ x > 3/5 \\ -\infty < x < \infty \end{cases}$$

Թ.Ա.Ր.

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 1 \\ x \leq 3/2 \end{cases}$$

$$x \in [-4; 3/2]$$

$\varnothing$



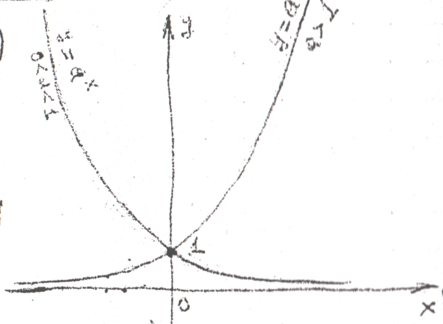
Պատ. $\varnothing$

Ցուցչային ֆունկցիա

$y = a^x, \quad (a>0,\ a\neq 1)$

1) Որոշման տիրույթը` $D(y): \{x / x\in(-\infty;\infty)\}$

2) Փոփոխման տիրույթը` $E(y): \{y / y\in(0;\infty)\}$



3) Եթե $a>1$ — աճող է (գրաֆիկը բարձրանում է), եթե $x\to-\infty \Rightarrow y\to 0$

Եթե $0<a<1$ — նվազող է (գրաֆիկը իջնում է), եթե $x\to+\infty \Rightarrow y\to 0$։

Ցուցչային հավասարումներ

$$\boxed{a^x = a^c \iff x = c}$$

Օրինակ 4ա-24

$3^{x+1}+3^{2-x}=28$

$3\cdot 3^x + 3^2\cdot 3^{-x} = 28$

$3\cdot 3^x + \frac{9}{3^x} = 28$

Նշ. $3^x = y \quad (y>0)$

$3y + \frac{9}{y} = 28$

$3y^2 - 28y + 9 = 0$

ա) $y_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow x=-1$

բ) $y_2 = 9 \Rightarrow 3^x = 9 = 3^2 \Rightarrow x = 2$

Ստուգված է։

Պատ. $x_1=-1, \quad x_2=2$

Օրինակ 6բ-5

$3\cdot 16^x + 2\cdot 81^x = 5\cdot 36^x$

Բաժանենք երկու մասերը 2^{4x} բաժանենք

$3\cdot 2^{4x} + 2\cdot 3^{4x} = 5\cdot 2^{2x}\cdot 3^{2x} \;/\; 2^{4x}$

$3 + 2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{4x} = 5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}$

Նշ. $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = y > 0$

$3 + 2\cdot y^2 = 5y$

$2y^2 - 5y + 3 = 0$

$y_{1,2} = \frac{5\pm 1}{4}$, $y_1 = 1$, $y_2 = 3/2$

ա) $y=1 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = 1 \Rightarrow x=0$

բ) $y=\frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x=1,\ x=\frac{1}{2}$

ստուգված է։

Պատ. $x_1=0 \quad x_2 = 1/2$

5բ-20

$4^{\frac{1}{x}} - 6^{\frac{1}{x}} = 2\cdot 9^{\frac{1}{x}}$ բաժանենք երկու մասերը

$2^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{1}{x}}\cdot 3^{\frac{1}{x}} = 2\cdot 3^{\frac{2}{x}} \;/\; 2^{\frac{2}{x}}$

$1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = 2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{2/x}$

Նշ. $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = y > 0$

$2y^2 + y - 1 = 0$

$y_{1,2} = \frac{-1\pm 3}{4}$

ա) $y=-1$ չի բավ.

բ) $y = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \log_{3/2}\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{\log_{3/2} 1/2} = \log_{1/2} 3/2$

Պատ. $x = \log_{1/2} 3/2$

4)

Լոգարիթմի հատկությունները

Սահմանում $\log_a b$-ն, կոչվում է այն c թիվը, որ $a^c = b$, այսինքն

$$\boxed{a^{\log_a b} = b} \qquad a>0,\ a\neq 1,\ b>0$$

$\log_{3/2}\frac{1}{2}$

Հետևություն $$\boxed{a^c = b \iff c = \log_a b}$$

Օրինակ $\log_2 8 = 3,\quad \log_2 \frac{1}{8} = -3,\quad \log_{1/3} 27 = -3$

Հատկությունները

1) $\log_a a = 1$

2) $\log_a 1 = 0$

3) $\log_a (x\cdot y) = \log_a x + \log_a y$

4) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

5) $\log_a b^k = k\log_a b$ — Օրինակ $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4\cdot\log_2 2 = 4$

6) $\log_{a^k} b = \frac{1}{k}\log_a b$ — Օրինակ $\log_{1/27} 9 = \log_{3^{-3}} 3^2 = -\frac{2}{3}\log_3 3 = -\frac{2}{3}$

7) $\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_b a}}$ — Օրինակ $\log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2}$

8) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

9) $\boxed{a^{\log_c b} = b^{\log_c a}}$

Հետևություն Պայմանավորված է՝ $\log_{10} b = \lg b,\quad \log_e b = \ln b$

Հետևություն 16

ա) երբ $\left.\begin{matrix} a>1 \\ b>1\end{matrix}\right] \Rightarrow \log_a b > 0$ — Օրինակ $\log_2 4 = 2 > 0$

երբ $\left.\begin{matrix} a>1 \\ 0<b<1\end{matrix}\right] \Rightarrow \log_a b < 0$ — Օրինակ $\log_2 \frac{1}{4} = -2 < 0$

բ) երբ $\left.\begin{matrix} 0<a<1 \\ b>1\end{matrix}\right] \Rightarrow \log_a b < 0$ — Օրինակ $\log_{1/2} 8 = -3 < 0$

երբ $\left.\begin{matrix} 0<a<1 \\ 0<b<1\end{matrix}\right] \Rightarrow \log_a b > 0$ — Օրինակ $\log_{1/3} \frac{1}{27} = 3 > 0$

Օրինակ 29-3

$$3^{1+\log_{\sqrt3}\sqrt2}\cdot \mathrm{tg}\frac{3\pi}{4}\cdot \log_{\sqrt2} 0{,}5 = 3\cdot 3^{\log_3 2^{1/2}\cdot 2}\cdot(-1)\cdot \log_{2^{1/2}} 2^{-1} =$$

$$= 3\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3^{\log_3 2}\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}}\cdot\log_2 2 = 3\cdot 2\cdot 2 = 12$$

29-13

$$4^{1+\frac{1}{\log_3 2}}\cdot \log_{\sqrt{13}} 64\cdot \log_{16} 169 = 4\cdot 4^{\log_2 3}\cdot \log_{13^{1/2}} 2^6\cdot \log_{2^4} 13^2 =$$

$$= 4\cdot 2^{2\log_2 3}\cdot 6\cdot \frac{1}{\frac{1}{2}}\cdot \log_{13} 2\cdot 2\cdot\frac{1}{4}\cdot\log_2 13 =$$

$$= 4\cdot 2^{\log_2 9}\cdot 12\cdot\frac{1}{2}\cdot \underbrace{\log_{13} 2\cdot\log_2 13}_{=1} = 4\cdot 9\cdot 6\cdot\frac{1}{\log_2 13}\cdot\log_2 13 = 216$$

---

14 39 $\log_{\sqrt a} a\cdot b^2 + \log_a b^3 = 16$ գտնել $\log_a b$-ն

$$\log_{a^{1/2}} a + \log_{a^{1/2}} b^2 + 3\cdot\log_a b = 16$$

$$2\log_a a + 2\cdot 2\cdot \log_a b + 3\log_a b = 16$$

$7\log_a b = 14$

$\log_a b = 2$

Պատ. $\boxed{2}$

14.53/ $\log_{12} 27 = a, \quad \log_6 2 - ?$ 47

$$a = \log_{12} 3^3 = 3\log_{12} 3 = 3 \cdot \frac{1}{\log_3(3\cdot 4)} = \frac{3}{\log_3 3 + \log_3 4} = \frac{3}{1+\log_3 4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{1+2\log_3 2} \Rightarrow \log_3 2 = \frac{3-a}{2a}$$

Մյուս կողմից՝ $\log_6 2 = \dfrac{1}{\log_2 6} = \dfrac{1}{\log_2 2+\log_2 3} = \dfrac{1}{1+\log_2 3} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{\log_3 2}} =$

$$= \frac{1}{1+\frac{2a}{3-a}} = \frac{3-a}{3-a+2a} = \frac{3-a}{3+a}$$

Պատ.՝ $\boxed{\dfrac{3-a}{3+a}}$

14.9/ $|21a-16| = 22$

$\log_7(3-14a) - ?$

ա) $\begin{cases} 3-14a > 0 \\ 21a-16 = 22 \\ 21a-16 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a < \frac{3}{14} = \frac{9}{42} \\ a = 38/21 = \frac{76}{42} \\ a \geq 16/21 = \frac{32}{42} \end{cases}$

$3/14 \quad 16/21 \quad 38/21$

$\varnothing$

բ) $\begin{cases} 21a-16 < 0 \\ 21a-16 = -22 \\ 3-14a > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a < 16/21 \\ a = -2/7 \\ a < 3/14 \end{cases}$

$-2/7 \quad 3/14 \quad 16/21$

$a = -2/7 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \log_7(3-14a) = \log_7\left(3+14\cdot\frac{2}{7}\right) = \log_7(3+4) = \log_7 7 = 1$$

Պատ.՝ $\boxed{1}$

14.39/ $\log_5(a-4) - \log_{1/5} a = 1$

$\log_{\sqrt{5}}(a-2)$ — ?

$$1 = \log_5(a-4) - \log_{1/5} a = \log_5(a-4) + \log_5 a = \log_5(a(a-4))$$

Ստացանք՝ $\log_5(a^2-4a) = 1 \Rightarrow a^2-4a = 5$

$a^2-4a-5=0$

ա) $a_1 = -1$ չի բավ. ($\notin$ Թ.Ա.Բ.)

բ) $a_2 = 5 \Rightarrow \log_{\sqrt{5}}(a-2) = \log_{\sqrt{5}}(5-2) =$

$$= \log_{3^{1/2}} 3 = 2\log_3 3 = 2$$

Թ.Ա.Բ.

$\begin{cases} a-4 > 0 \\ a > 0 \\ a-2 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a > 4 \\ a > 0 \\ a > 2 \end{cases}$

$a > 4$

Պատ.՝ $\boxed{2}$

14.44/ $\log_2 a - \log_{1/2}(a+3) = 1+\log_2 5$

$\log_{1/\sqrt{5}}(a-1,8)$ — ?

Թ.Ա.Բ. 46

$\begin{cases} a > 0 \\ a+3 > 0 \\ a-1,8 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a > 0 \\ a > -3 \\ a > 1,8 \end{cases}$ $a > 1,8$

$$\log_2 a + \log_2(a+3) = \log_2 2 + \log_2 5 = \log_2 10$$

$$\log_2(a^2+3a) = \log_2 10 \Rightarrow a^2+3a = 10$$

$a^2+3a-10=0$

ա) $a = -5$ չի բավ. ($\notin$ Թ.Ա.Բ.-ին)

բ) $a = 2 \Rightarrow \log_{1/\sqrt{5}}(a-1,8) = \log_{1/\sqrt{5}}(2-1,8) = \log_{5^{-1/2}} 0,2 =$

$$= \log_{5^{-1/2}} \frac{1}{5} = -\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_5 5^{-1} = -2\cdot(-1)\cdot\log_5 5 = 2$$

Պատ.՝ $\boxed{2}$

Լոգարիթմական ֆունկցիա

$\boxed{y=\log_a x}$, $a>0$, $a\neq 1$, $x>0$

Որոշման տիրույթը $D(y): \{x / x\in(0;\infty)\}$

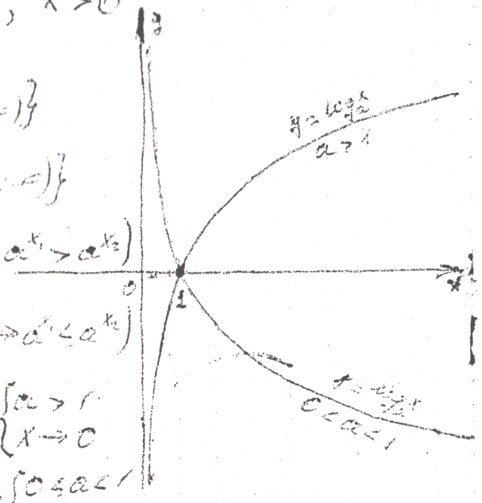
Արժեքների տիրույթը $E(y): \{y / y\in(-\infty;\infty)\}$

Երբ $a>1$ — աճող է $(x_1>x_2 \Leftrightarrow a^{x_1}>a^{x_2})$

Երբ $0<a<1$ — նվազող է $(x_1>x_2 \Leftrightarrow a^{x_1}<a^{x_2})$

Կարևոր է՝ $\log_a x \to -\infty$, երբ $\begin{cases} a>1 \\ x\to 0\end{cases}$

$\log_a x \to +\infty$, երբ $\begin{cases} 0<a<1 \\ x\to 0\end{cases}$



Լոգարիթմական հավասարումներ

$$\boxed{\log_a x = \log_a y \iff x=y}$$

$\log_4(2x+3)\cdot\log_x 2=1$

$\frac{1}{2}\log_2(2x+3)\cdot\frac{1}{\log_2 x}=1$

$\log_x(2x+3)=2$

$x^2=2x+3$

$x^2-2x-3=0$

$x_1=-1$, $x_2=3$

չի բավ.

Պատ. $\boxed{3}$

$\log_5(x-2)=1-\log_5(x-6)$

$\log_5(x-2)=\log_5 5-\log_5(x-6)$

$\log_5(x-2)=\log_5\frac{5}{x-6}$

$x-2=\frac{5}{x-6}$

$x^2-8x+7=0$

$x_1=1$ չի բավ.

$x_2=7$ բավ.

Պատ. $\boxed{7}$

$\log_{x+1}(6x+1)=2$

$6x+1=(x+1)^2$

$x^2-4x=0$

$x_1=0$ չի բավ.

$x_2=4$ բավ.

Պատ. $\boxed{4}$

$4\cdot x^{\log_2 x}-2^{1+\log_2^2 x}=32$

$4\cdot x^{\log_2 x}-2\cdot 2^{\log_2 x\cdot\log_2 x}=32$

$4\cdot x^{\log_2 x}-2\cdot\left(2^{\log_2 x}\right)^{\log_2 x}=32$

$4\cdot x^{\log_2 x}-2\cdot x^{\log_2 x}=32$

$2\cdot x^{\log_2 x}=32$

$x^{\log_2 x}=16$

$\log_2\left(x^{\log_2 x}\right)=\log_2 16$

$\log_2^2 x=4$

ա) $\log_2 x=-2$, $x_1=\frac{1}{4}$ բավ.

բ) $\log_2 x=2$, $x_2=4$ բավ.

Պատ. $\boxed{\frac{1}{4};\ 4}$

$\begin{cases} 3^y\cdot 9^x=81 \\ \lg(x+y)^2-\lg x=2\lg 3\end{cases}$ $\begin{cases} 3^{y+2x}=3^4 \\ \lg\frac{(x+y)^2}{x}=\lg 9\end{cases}$ $\begin{cases} y+2x=4 \\ (x+y)^2=9x\end{cases}$

$\begin{cases} y=4-2x \\ (4-x)^2=9x\end{cases}$ $\begin{cases} y=4-2x \\ x^2-17x+16=0\end{cases}$ $\begin{cases} y_1=2, & y_2=-28 \\ x_1=1, & x_2=16\end{cases}$

Պատ. $(1;2)$, $(16;-28)$

Լոգարիթմական անհավասարումներ

1) $\log_a x \geq \log_a y \iff \left[\begin{array}{l} \text{ա) } x \geq y, \text{ եթե } a > 1 \\ \text{բ) } x \leq y, \text{ եթե } 0 < a < 1 \end{array}\right.$

2) $\log_a x \leq \log_a y \iff \left[\begin{array}{l} \text{ա) } x \leq y, \text{ եթե } a > 1 \\ \text{բ) } x \geq y, \text{ եթե } 0 < a < 1 \end{array}\right.$

Հետևություն

1) $a^x \leq b \iff \left[\begin{array}{l} \text{ա) } x \leq \log_a b, \text{ եթե } a > 1 \\ \text{բ) } x \geq \log_a b, \text{ եթե } 0 < a < 1 \end{array}\right.$

2) $\log_a x \leq b \iff \left[\begin{array}{l} \text{ա) } x \leq a^b, \text{ եթե } a > 1 \\ \text{բ) } x \geq a^b, \text{ եթե } 0 < a < 1 \end{array}\right.$

Ցուցչային անհավասարումներ

1) $a^x > a^y \iff \left[\begin{array}{l} \text{ա) } x > y, \text{ եթե } a > 1 \\ \text{բ) } x < y, \text{ եթե } 0 < a < 1 \end{array}\right.$

2) $a^x < a^y \iff \left[\begin{array}{l} \text{ա) } x < y, \text{ եթե } a > 1 \\ \text{բ) } x > y, \text{ եթե } 0 < a < 1 \end{array}\right.$

Հետևություն ա) $\log_a b > 0 \iff \left[\begin{array}{l} \text{ա) } b > 1, \text{ եթե } a > 1 \\ \text{բ) } 0 < b < 1, \text{ եթե } 0 < a < 1 \end{array}\right.$

բ) $\log_a b < 0 \iff \left[\begin{array}{l} \text{ա) } b < 1, \text{ եթե } a > 1 \\ \text{բ) } b > 1, \text{ եթե } 0 < a < 1 \end{array}\right.$ գ) $\log_a b > 1 \iff b > a$

Օրինակ $7^{2x} + 49 \cdot 25^{x-1} < 2{,}96 \cdot 35^x$ ԹԱՏ $x \in (-\infty; \infty)$

$7^{2x} + \frac{49}{25} \cdot 5^{2x} < 2{,}96 \cdot 7^x \cdot 5^x \;/\; 5^{2x}$ բաժ.

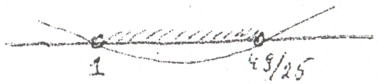
$\left(\frac{7}{5}\right)^{2x} - 2{,}96 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^x + \frac{49}{25} < 0$

Նշ. $\left(\frac{7}{5}\right)^x = y > 0$

$25y^2 - 74 \cdot y + 49 < 0$

$y_{1,2} = \frac{37 \pm 12}{25}$

$y_1 = 1, \quad y_2 = \frac{49}{25}$



$1 < y < \frac{49}{25}$

$\begin{cases} y > 1 \\ y < \frac{49}{25} \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{7}{5}\right)^x > 1 \\ \left(\frac{7}{5}\right)^x < \left(\frac{7}{5}\right)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases}$

$x \in (0; 2)$

Պատ. $x \in (0; 2)$

Օրինակ $2 \cdot 3^{x+3} < 9 + 3^{x-1}$

$162 \cdot 3^{x-1} < 9 + 3^{x-1}$

$161 \cdot 3^{x-1} < 9$

$3^{x-1} < \frac{9}{161}$

$x - 1 < \log_3 \frac{9}{161}$

$x < 1 + \log_3 \frac{9}{161}$

Օրինակ $4 \cdot 6^x - 9 \cdot 4^x < 0$

$4 \cdot 6^x < 9 \cdot 4^x \;/\; 4^x$ բաժ.

$\left(\frac{6}{4}\right)^x < \frac{9}{4}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^x < \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$x < 2$

Պատ. $x \in (-\infty; 2)$

§3

$4\cdot 3^{2x}+5\cdot 12^{x} \geq 3\cdot 2^{4x+1}$

$4\cdot 3^{2x}+5\cdot 3^{x}\cdot 4^{x} \geq 6\cdot 4^{2x}$ / 3^{2x} բաժ.

$6\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{2x}-5\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{x}-4 \leq 0$

Նշ. $\left(\frac{4}{3}\right)^{x}=y>0$

$6y^2-5y-4\leq 0$

$y_1=-\frac{1}{2}$, $y_2=\frac{4}{3}$

$-\frac{1}{2}$ $\quad 0 \quad$ $4/3$

$0<y\leq 4/3$

$\begin{cases}\left(\frac{4}{3}\right)^{x}>0\\ \left(\frac{4}{3}\right)^{x}\leq\frac{4}{3}\end{cases}$ $\begin{cases}-\infty<x<\infty\\ x\leq 1\end{cases}$

1

Պատ. $x\in(-\infty;1]$

$0,2^{\frac{6\log_4 x-3}{\log_4 x}} > \sqrt[3]{0,008^{2\log_4 x+1}}$

Ո. Թ. Ա.

$\begin{cases}x>0\\ x\neq 1\end{cases}$

$x\in(0;1)\cup(1;\infty)$

$0,2^{\frac{6\log_4 x-3}{\log_4 x}} > 0,2^{2\log_4 x-1}$

$\frac{6\log_4 x-3}{\log_4 x}<2\log_4 x-1$

Նշ. $\log_4 x=y$

$\frac{6y-3}{y}<2y-1$

$\frac{2y^2-7y+3}{y}>0$

Համարիչի արմատներն ու հայտարարի զրոն՝ $0;\ \frac{1}{2};\ 3$

$-\quad 0 \quad +\quad \frac{1}{2}\quad -\quad 3\quad +$

$\left[\begin{array}{l}0<\log_4 x<\frac{1}{2}\\ \log_4 x>3\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}1<x<2\\ x>64\end{array}\right.$

$x\in(1;2)\cup(64;\infty)$

Պատ. $0\quad 1\quad 2\quad 64$

$x\in(1;2)\cup(64;\infty)$

$\log_{1/2}\log_2\log_{x-1} 9>0$

Ո. Թ. Ա.

$\begin{cases}x-1>0\\ x-1\neq 1\\ \log_{x-1}9>0 \Rightarrow x-1>1\\ \log_2\log_{x-1}9>0\end{cases}$

$\begin{cases}x>1\\ x-1\neq 1\\ \log_{x-1}9>1\end{cases}$ $\begin{cases}x>1\\ x>2\\ 9>x-1\end{cases}$ $\begin{cases}x>2\\ x<10\end{cases}$

$2\quad 10$

$x\in(2;10)$

$\log_2\log_{x-1}9<1$

$\log_{x-1}9<2$

ա) $\begin{cases}0<x-1<1\\ 9>(x-1)^2\end{cases}$ $\begin{cases}1<x<2\\ x^2-2x-8<0\end{cases}$ $x_1=-2,\ x_2=4$

$-2\quad 1\quad 2\quad 4$

$x\in(1;2)$

բ) $\begin{cases}x-1>1\\ 9<(x-1)^2\end{cases}$ $\begin{cases}x>2\\ x^2-2x-8>0\end{cases}$

$-2\quad 2\quad 4$

$x\in(4;\infty)$

Պատ. $1\quad 2\quad 4\quad 10$

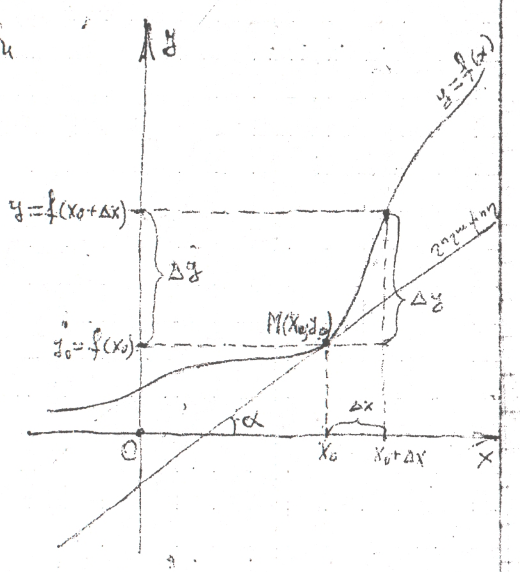
$x\in(4;10)$

ԱԾԱՆՑՅԱԼՆԵՐ

Դիցուք տրված է $y=f(x)$ ֆունկցիան.

x_0-ին տանք — Δx աճ

y-ը կստանա — $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$ աճ



Սահմանում: $\forall x$ կետում $y=f(x)$ ֆունկցիայի ածանցյալը կոչվում է հետևյալ սահմանը՝

$$y'=f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

կամ

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Ածանցյալի երկրաչափական իմաստը: x_0 կետում $y=f(x)$ ֆունկցիայի ածանցյալը նրա գրաֆիկին $M(x_0,f(x_0))$ կետում տարված շոշափողի և OX առանցքի դրական ուղղության հետ կազմած անկյան (այսինքն շոշափողի անկյունային գործակիցը) տանգենսն է՝

$$f'(x_0)=\operatorname{tg}\alpha$$

Շոշափողի հավասարումը: $y=f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկին x_0 աբսցիս ունեցող $M(x_0,f(x_0))$ կետում տարված շոշափողի հավասարումն է՝

$$\boxed{y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)}\quad \text{կամ}\quad \boxed{y-y_0=y'(x_0)(x-x_0)}$$

Օրինակ: Գրել $x_0=2$ կետում $y=x^2$ ֆունկցիայի գրաֆիկին տարված շոշափողի հավասարումը:

Լուծում: $y_0=f(x_0)=2^2=4$

$y'=(x^2)'=2x \Rightarrow f'(2)=2\cdot 2=4$

շոշափ. հավ.՝ $y-4=4(x-2)$

կամ $y=4x-4$ $(k=4)$

Ածանցման կանոնները

1) $C'=0$ (այսինքն հաստատունի ած.-ը 0 է՝ $2'=0$);

2) $(a\cdot f(x))'=a\cdot f'(x)$ $\qquad \boxed{x'=1}$

3) $(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x)$

4) $(f(x)\cdot g(x))'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$.

5) $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)'=\dfrac{f'(x)\cdot g(x)-g'(x)\cdot f(x)}{[g(x)]^2}$

6) **Բարդ ֆունկցիայի ածանցյալը**

$$\boxed{(f(u))'=f'\cdot u'}$$

Ածանցման աղյուսակը

		Բարդ ֆունկցիայի դեպքը	
1) $y=x^m$	$y'=m\cdot x^{m-1}$	$y=u^m$	$y'=m\cdot u^{m-1}\cdot u'$
2) $y=\sqrt{x}$	$y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$y=\sqrt{u}$	$y'=\dfrac{1}{2\sqrt{u}}\cdot u'$
3) $y=\dfrac{1}{x}$	$y'=-\dfrac{1}{x^2}$	$y=\dfrac{1}{u}$	$y'=-\dfrac{1}{u^2}\cdot u'$
4) $y=a^x$	$y'=a^x\cdot\ln a$	$y=a^u$	$y'=a^u\cdot\ln a\cdot u'$
$y=e^x$	$\boxed{(e^x)'=e^x}$	$y=e^u$	$y'=e^u\cdot u'$

Օրինակ: $y=2^{\sqrt{1+3x^3}}$ $\quad y'=2^{\sqrt{1+3x^3}}\cdot\ln 2\cdot\left(\sqrt{1+3x^3}\right)'=$

$$=2^{\sqrt{1+3x^3}}\cdot\ln 2\cdot\frac{1}{2\sqrt{1+3x^3}}\cdot(1+3x^3)'=$$

$$=2^{\sqrt{1+3x^3}}\cdot\ln 2\cdot\frac{1}{2\sqrt{1+3x^3}}\cdot(0+3\cdot 3x^2)$$

$y=\log_a x \qquad y'=\frac{1}{x\cdot\ln a} \qquad\qquad y=\log_a \varphi \qquad y'=\frac{1}{\varphi\cdot\ln a}\cdot\varphi'$

$y=\ln x \qquad y'=\frac{1}{x} \qquad\qquad y=\ln\varphi \qquad y'=\frac{1}{\varphi}\cdot\varphi'$

[illegible]

$y=\ln\frac{2x^2-\frac{1}{3x}}{\sqrt{1+3^{2x^2}}}$ [illegible]

$$y'=\frac{1}{\frac{2x^2-\frac{1}{3x}}{\sqrt{1+3^{2x^2}}}}\cdot\frac{\left(2x^2-\frac{1}{3x}\right)'\sqrt{1+3^{2x^2}}-\left(\sqrt{1+3^{2x^2}}\right)'\left(2x^2-\frac{1}{3x}\right)}{1+3^{2x^2}}=$$

$$=\frac{\sqrt{1+3^{2x^2}}}{2x^2-\frac{1}{3x}}\cdot\frac{\left(4x-\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{x^2}\right)\right)\sqrt{1+3^{2x^2}}-\frac{3^{2x^2}\ln 3\cdot 4x}{2\sqrt{1+3^{2x^2}}}\left(2x^2-\frac{1}{3x}\right)}{1+3^{2x^2}}$$

$y=\sin x \qquad y'=\cos x \qquad\qquad y=\sin\varphi \qquad y'=\cos\varphi\cdot\varphi'$

$y=\cos x \qquad y'=-\sin x \qquad\qquad y=\cos\varphi \qquad y'=-\sin\varphi\cdot\varphi'$

$y=\operatorname{tg} x \qquad y'=\frac{1}{\cos^2 x} \qquad\qquad y=\operatorname{tg}\varphi \qquad y'=\frac{1}{\cos^2\varphi}\cdot\varphi'$

$y=\operatorname{ctg} x \qquad y'=-\frac{1}{\sin^2 x} \qquad\qquad y=\operatorname{ctg}\varphi \qquad y'=-\frac{1}{\sin^2\varphi}\cdot\varphi'$

[illegible]

$$y=\operatorname{ctg}\left(\cos\left(\log_2\left(3^{\sqrt{\operatorname{tg}^3\frac{1}{x}}}\right)\right)\right)$$

$$y'=-\frac{1}{\sin^2\left(\cos\left(\log_2 3^{\sqrt{\operatorname{tg}^3\frac{1}{x}}}\right)\right)}\cdot\left(-\sin\left(\log_2\left(3^{\sqrt{\operatorname{tg}^3\frac{1}{x}}}\right)\right)\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{1}{3^{\sqrt{\operatorname{tg}^3\frac{1}{x}}}\cdot\ln 3}\cdot 3^{\sqrt{\operatorname{tg}^3\frac{1}{x}}}\ln 3\cdot\frac{1}{2\sqrt{\operatorname{tg}^3\frac{1}{x}}}\cdot 3\cdot\operatorname{tg}^2\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\cos^2\frac{1}{x}}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

[illegible]

① $y=\frac{x}{x^2+1} \qquad y'=\frac{x'(x^2+1)-(x^2+1)'x}{(x^2+1)^2}=\frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

② $y=\frac{x\cdot\sin x}{x-3} \qquad y'=\frac{(x\cdot\sin x)'\cdot(x-3)-(x-3)'x\cdot\sin x}{(x-3)^2}=$

$=\frac{(x'\cdot\sin x+(\sin x)'\cdot x)(x-3)-1\cdot x\cdot\sin x}{(x-3)^2}=$

$=\frac{(\sin x+x\cos x)(x-3)-x\cdot\sin x}{(x-3)^2}=\frac{x^2\cos x-3x\cos x-3\sin x}{(x-3)^2}$

③ $y=x\sin^3 x+\cos^3 2x$

$y'=x'\sin^3 x+x(\sin^3 x)'+3\cos^2 2x\cdot(\cos 2x)'=$

$=\sin^3 x+3x\sin^2 x\cdot(\sin x)'+3\cos^2 2x(-\sin 2x)\cdot(2x)'=$

$=\sin^3 x+3x\sin^2 x\cdot\cos x-3\cos^2 2x\cdot\sin 2x\cdot 2$

④ $x_0=2$ կետում հաշվել $y=x^2$ ֆունկցիայի ածանցյալը:

$y'=2x \qquad y'(x_0)=2\cdot 2=4$

⑤ $f(x)=\frac{x-2}{\cos x}$ հաշվել $f'(0)$

$f'(x)=\frac{(x-2)'\cdot\cos x-(\cos x)'(x-2)}{\cos^2 x}=\frac{\cos x+\sin x\cdot(x-2)}{\cos^2 x}$

$f'(0)=\frac{\cos 0+\sin 0\cdot(0-2)}{\cos^2 0}=\frac{1+0}{1}=1$

Շոշափողի հավասարումը

Վր-41 $f(x) = 2\cdot(1+x^2)^{-1}, \quad x_0 = -1$

Լուծում Շոշափողի հավասարումն է՝ $y - y_0 = f'(x_0)(x-x_0)$ $\boxed{(k = f'(x_0))}$

$$y_0 = f(x_0) = 2\cdot(1+(-1)^2)^{-1} = 2\cdot 2^{-1} = 2\cdot\frac{1}{2} = 1, \quad y_0 = 1$$

$$y' = f'(x) = \left(\frac{2}{1+x^2}\right)' = 2\cdot\left(\frac{1}{1+x^2}\right)' = 2\cdot\left(-\frac{1}{(1+x^2)^2}\cdot 2x\right) = -\frac{4x}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(x_0) = f'(-1) = -\frac{4\cdot(-1)}{(1+(-1)^2)^2} = \frac{4}{(1+1)^2} = \frac{4}{4} = 1, \quad f'(-1) = 1$$

Շոշափողը. $y - 1 = 1\cdot(x-(-1))$ կամ $\boxed{y = x+2}$ $(y = kx+b)$

Վր 50 $y = tg2x, \quad y = 2x \quad (k=2)$

Լուծում $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}\cdot(2x)' = \frac{2}{\cos^2 2x}$

Ըստ պայմանի $y'(x) = 2 \quad (k = tg\alpha = y'(x)) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2}{\cos^2 2x} = 2 \Rightarrow \cos^2 2x = 1 \Rightarrow \cos 2x = \pm 1$

ա) $\cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = \pi + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

բ) $\cos 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2\pi k \Rightarrow x = \pi k$

Պատ. $x = \pi k, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

Վր 57 $y = \sin 2x, \quad \varphi = 60^\circ$

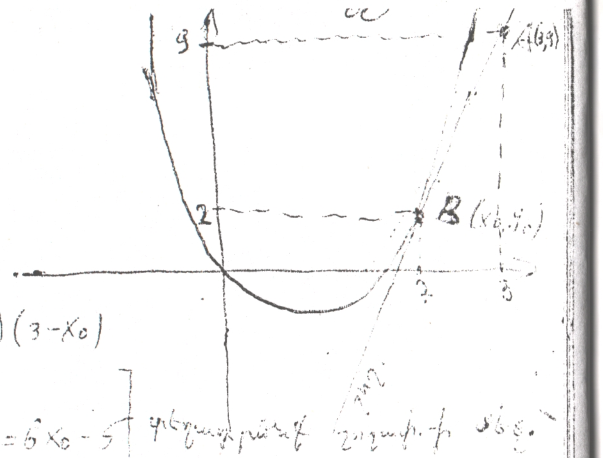
Լուծում Ըստ պայմանի $y'(x_0) = tg 60^\circ = \sqrt{3}$

$y' = \cos 2x\cdot(2x)' = 2\cos 2x \Rightarrow 2\cos 2x = \sqrt{3} \Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2x_0 = \pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$x_0 = \pm\frac{\pi}{12} + \pi k$ Պատ. $x_0 = \pm\frac{\pi}{12} + \pi k$

Խնդիր 2545 $f(x) = 3x^2 - 5x$
գրել $A(3;9)$ կետից
գրաֆիկին տարված շոշ-ի հավ-ը



Լուծում Շոշափողը՝ $y - y_0 = f'(x_0)(x-x_0)$

$A \in$ շոշափ. $\Rightarrow 9 - y_0 = f'(x_0)(3-x_0)$

$y_0 = f(x_0) = 3x_0^2 - 5x_0$
$f'(x) = 6x - 5 \Rightarrow f'(x_0) = 6x_0 - 5$ տեղադրելով ստանում ենք

$9 - 3x_0^2 + 5x_0 = (6x_0 - 5)(3 - x_0)$

$3x_0^2 - 18x_0 + 24 = 0$

$x_0^2 - 6x_0 + 8 = 0$

ա) $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3x_0^2 - 5x_0 = 2$ $B(2;2)$, $f'(2) = 7$

բ) $x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = 3x_0^2 - 5x_0 = 28$ $B'(4;28)$, $f'(4) = 19$

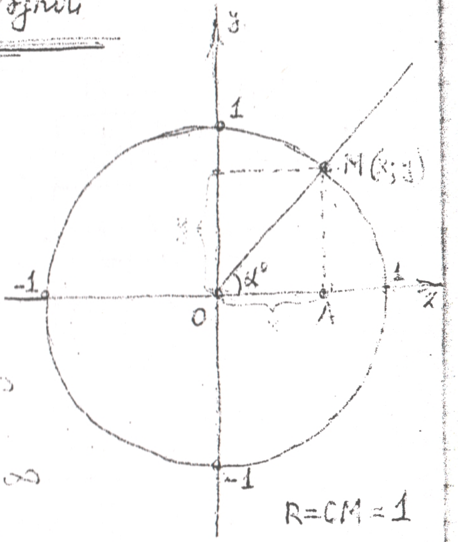
Ստացվեց, որ A կետից $f(x) = 3x^2 - 5x$ ֆունկցիայի գրաֆիկին կարելի է տանել երկու շոշափող.

I) $y - 2 = 7(x-2)$ կամ $y = 7x - 12$

II) $y - 28 = 19(x-4)$ կամ $y = 19x - 48$

Պատ. $y = 7x - 12$
$y = 19x - 48$

Եռանկյունաչափություն



միավոր շրջան

Սահմանում

$\sin\alpha^\circ = \frac{y}{R} = y \qquad -1 \le \sin\alpha \le 1$

$\cos\alpha^\circ = \frac{x}{R} = x \qquad -1 \le \cos\alpha \le 1$

$\operatorname{tg}\alpha^\circ = \frac{y}{x} = \frac{\sin\alpha^\circ}{\cos\alpha^\circ} \qquad -\infty < \operatorname{tg}\alpha^\circ < +\infty$

$\operatorname{ctg}\alpha^\circ = \frac{x}{y} = \frac{\cos\alpha^\circ}{\sin\alpha^\circ} \qquad -\infty < \operatorname{ctg}\alpha^\circ < +\infty$

Հետևանք

1) $\operatorname{tg}\alpha^\circ = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha^\circ}, \quad \operatorname{ctg}\alpha^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha^\circ}$ ⇒ (1) $\boxed{\operatorname{tg}\alpha^\circ \cdot \operatorname{ctg}\alpha^\circ = 1}$

2) $\sin^2\alpha^\circ + \cos^2\alpha = y^2 + x^2 = OM^2 = R^2 = 1^2 = 1$

(2) $\boxed{\sin^2\alpha^\circ + \cos^2\alpha^\circ = 1} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha \\ \cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha\end{array}}$

Պարբերություն Եթե α° անկյանը գումարենք $\pm 360^\circ$, ապա M կետը կգա իր սկզբնական դիրքին, հետևաբար՝

$\sin(\alpha^\circ \pm 360^\circ) = \sin\alpha^\circ \qquad \cos(\alpha^\circ \pm 360^\circ) = \cos\alpha$

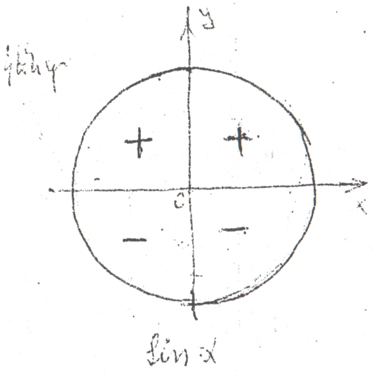
$\operatorname{tg}(\alpha^\circ \pm 360^\circ) = \operatorname{tg}\alpha^\circ \qquad \operatorname{ctg}(\alpha^\circ \pm 360^\circ) = \operatorname{ctg}\alpha$

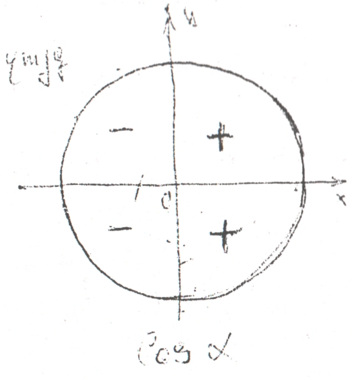
Այս բանաձևերը ճիշտ կլինեն նաև, երբ α°-ին գումարենք $n\cdot 360^\circ$ ($n=\pm1, \pm2, \pm3, \dots$), այսինքն գումարենք մի քանի պտույտ.

$\sin(\alpha^\circ \pm 360^\circ n) = \sin\alpha^\circ \qquad \cos(\alpha^\circ \pm 360^\circ n) = \cos\alpha^\circ$

$\operatorname{tg}(\alpha^\circ \pm 360^\circ n) = \operatorname{tg}\alpha^\circ \qquad \operatorname{ctg}(\alpha^\circ \pm 360^\circ n) = \operatorname{ctg}\alpha^\circ$

sin α-ի, cos α-ի, tg α-ի և ctg α-ի նշանները





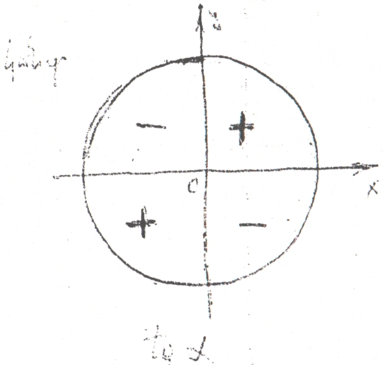
II քառ.	I քառ.
III քառ.	IV քառ.

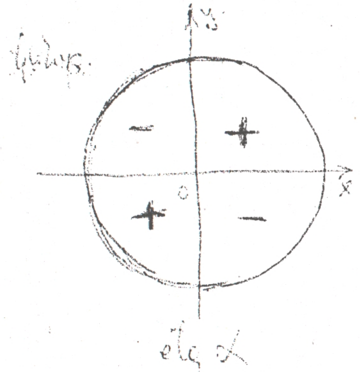
I քառ. $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ կամ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

II քառ. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ կամ $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

III քառ. $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ կամ $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

IV քառ. $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ կամ $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$





Անկյան ռադիանային չափը

Սահմանում Շրջանագծի շառավղին հավասար աղեղի համապատասխան կենտրոնային անկյունը կոչվում է 1 ռադիան:

$|\overset{\frown}{AB}| = R \qquad (R = OA = OB)$

Հետևանք $\boxed{1 \text{ ռադիան} = \frac{180^\circ}{\pi}} \qquad \boxed{1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ ռադիան}}$

Հետևանք

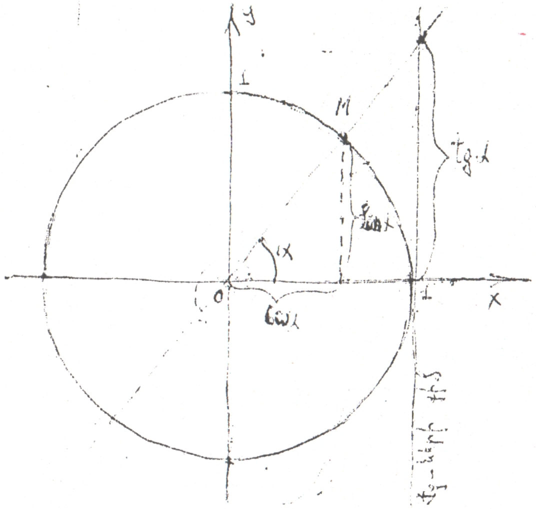
$30^\circ = \frac{\pi}{6}, \quad 45^\circ = \frac{\pi}{4}, \quad 60^\circ = \frac{\pi}{3}, \quad 90^\circ = \frac{\pi}{2}, \quad 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$

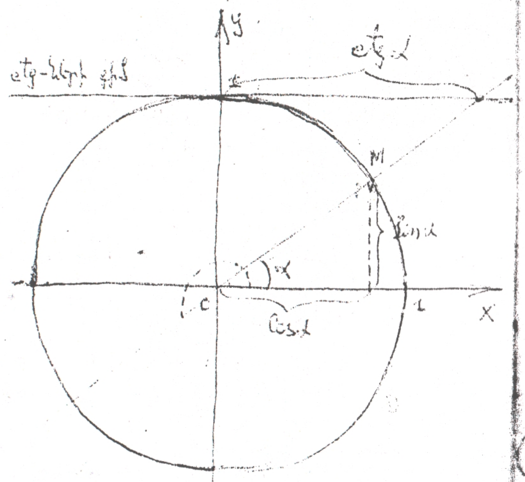
$135^\circ = \frac{3\pi}{4}, \quad 150^\circ = \frac{5\pi}{6}, \quad 180^\circ = \pi, \quad 210^\circ = \frac{7\pi}{6}, \quad 225^\circ = \frac{5\pi}{4}$

$240^\circ = \frac{4\pi}{3}, \quad 270^\circ = \frac{3\pi}{2}, \quad 300^\circ = \frac{5\pi}{3}, \quad 315^\circ = \frac{7\pi}{4}, \quad 360^\circ = 2\pi$

ԱՂՅՈՒՍԱԿ 4

անկյուն α°	0 (0°)	$\pi/6$ (30°)	$\pi/4$ (45°)	$\pi/3$ (60°)	$\pi/2$ (90°)	$2\pi/3$ (120°)	$3\pi/4$ (135°)	$5\pi/6$ (150°)	π (180°)
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt3}{2}$	1	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt2}{2}$	$-\frac{\sqrt3}{2}$	-1
tg	0	$\frac{\sqrt3}{3}$	1	$\sqrt3$	$\pm\infty$	$-\sqrt3$	-1	$-\frac{\sqrt3}{3}$	0
ctg	$\pm\infty$	$\sqrt3$	1	$\frac{\sqrt3}{3}$	0	$-\frac{\sqrt3}{3}$	-1	$-\sqrt3$	$\pm\infty$
անկյուն $-\alpha^\circ$	0 (0°)	$-\frac{11\pi}{6}$ (-330°)	$-\frac{7\pi}{4}$ (-315°)	$-\frac{5\pi}{3}$ (-300°)	$-\frac{3\pi}{2}$ (-270°)	$-\frac{4\pi}{3}$ (-240°)	$-\frac{5\pi}{4}$ (-225°)	$-\frac{7\pi}{6}$ (-210°)	$-\pi$ (-180°)





Սահմանում: $y=f(x)$ ֆունկցիան կոչվում է պարբերական, եթե $\exists$ T թիվ այնպիսին, որ $f(x+T)=f(x)$: T-ն պարբերությունն է:
Այդ դեպքում $n\cdot T$-ն ևս կլինի պարբերություն $(n=\pm1;\pm2;\dots)$

Օրինակներ: 1) $y=\sin x$ և $y=\cos x$ ֆունկցիաների համար՝ $T=360^\circ$ կամ $T=2\pi$:

2) $y=\operatorname{tg}x$ և $y=\operatorname{ctg}x$ ֆունկցիաների համար՝ $T=180^\circ$ կամ $T=\pi$:

Այսինքն $\sin(x\pm360^\circ)=\sin x$, $\cos(x\pm360^\circ)=\cos x$, $\operatorname{tg}(x\pm\pi)=\operatorname{tg}x$, $\operatorname{ctg}(x\pm180^\circ)=\operatorname{ctg}x$

3 ԲԵՐՄԱՆ ԲԱՆԱՁԵՎԵՐ

x	$180^\circ+\alpha$ / $\pi+\alpha$	$180^\circ-\alpha$ / $\pi-\alpha$	$360^\circ+\alpha$ / $2\pi+\alpha$	$360^\circ-\alpha$ / $2\pi-\alpha$
sin x	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$
cos x	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$
tg x	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
ctg x	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$

x	$90^\circ+\alpha$ / $\frac{\pi}{2}+\alpha$	$90^\circ-\alpha$ / $\frac{\pi}{2}-\alpha$	$270^\circ+\alpha$ / $\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$270^\circ-\alpha$ / $\frac{3\pi}{2}-\alpha$
sin x	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$
cos x	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$
tg x	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$
ctg x	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$

ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ԲԱՆԱՁԵՎԵՐ

(4) $\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$, + երբ $\alpha\in$ I, II քառ., − երբ $\alpha\in$ III, IV քառ.

(5) $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$, + երբ $\alpha\in$ I, IV քառ., − երբ $\alpha\in$ II, III քառ.

(6) $1+\operatorname{tg}^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ (7) $1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

(8) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$

(9) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$

(10) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$

(11) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$

(12) $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$ (13) $\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$

ԿՐԿՆԱԿԻ ԱՐԳՈՒՄԵՆՏԻ ԲԱՆԱՁԵՎԵՐԸ

14 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ կամ $\sin\bigcirc = 2\sin\frac{\bigcirc}{2}\cdot\cos\frac{\bigcirc}{2}$

15 $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ կամ $\cos\bigcirc = \cos^2\frac{\bigcirc}{2} - \sin^2\frac{\bigcirc}{2}$

16 $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$ կամ $\operatorname{tg}\bigcirc = \dfrac{2\operatorname{tg}\frac{\bigcirc}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{\bigcirc}{2}}$

17 $\sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$ կամ $2\sin^2\alpha = 1-\cos 2\alpha$; $\sin^2\frac{\bigcirc}{2} = \dfrac{1-\cos\bigcirc}{2}$

18 $\cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$ կամ $2\cos^2\alpha = 1+\cos 2\alpha$; $2\cos^2\frac{\bigcirc}{2} = 1+\cos\bigcirc$

19 $\cos\alpha = \dfrac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$

20 $\sin\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$

21 $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

22 $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

23 $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

24 $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2} = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$

25 $\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

26 $\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

27 $\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right]$

28 $\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right]$

29 $\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right]$

$\arcsin x$; $\arccos x$; $\operatorname{arctg} x$; $\operatorname{arcctg} x$

1) **Սահմանում** $\arcsin x$-ը այն մի α անկյունն է $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ միջակայքից, որի սինուսը հավասար է x-ի՝ այսինքն

$$\boxed{\sin\alpha = x}$$

Օրինակ $\arcsin\frac{1}{2} = 30°$, որովհետև $30° \in [-90°; 90°]$

$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -60°$, որովհետև $-60° \in [-90°; 90°]$

$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$, որովհետև $-\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

$\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$

2) **Սահմանում** $\arccos x$-ը այն մի α անկյունն է $[0; \pi]$ միջակայքից, որի կոսինուսը հավասար է x-ի՝ այսինքն

$$\boxed{\cos\alpha = x}$$

Օրինակ $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 135°$, որովհետև $135° \in [0; 180°]$

$\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$, $\arccos 1 = 0°$; $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = 30°$;

3) **Սահմանում** $\operatorname{arctg} x$-ը այն մի α անկյունն է $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ միջակայքից, որի տանգենսը հավասար է x-ի՝ այսինքն

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha = x}$$

$\left(\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x\right)$ կենտ

Օրինակ $\operatorname{arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4}$, $\operatorname{arctg}\sqrt{3} = 60°$,

$\operatorname{arctg} 0 = 0$, $\operatorname{arctg}(+\infty) = 90°$, $\operatorname{arctg}(-\infty) = -90°$.

4) **Սահմանում** $\operatorname{arcctg} x$-ը այն մի α անկյունն է $[0; \pi]$ միջակայքից, որի կոտանգենսը հավասար է x՝ այսինքն $\boxed{\operatorname{ctg}\alpha = x}$

Օրինակ $\operatorname{arcctg} 1 = \frac{\pi}{4}$, $\operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 120°$

$\operatorname{arcctg} 0 = \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{arcctg}(+\infty) = 0°$, $\operatorname{arcctg}(-\infty) = \pi$

ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1°. $\sin x = a$, $-1 \le a \le 1$ $\quad \boxed{x = (-1)^k \arcsin a + \pi k}$ $\quad k = 0; \pm 1; \pm 2; \ldots$

2°. $\cos x = a$, $-1 \le a \le 1$ $\quad \boxed{x = \pm \arccos a + 2\pi k}$ $\quad k = 0; \pm 1; \pm 2; \ldots$

3°. $\mathrm{tg}\, x = a$ $\quad \boxed{x = \mathrm{arctg}\, a + \pi k}$ $\quad k = 0; \pm 1; \pm 2; \ldots$

4°. $\mathrm{ctg}\, x = a$ $\quad \boxed{x = \mathrm{arcctg}\, a + \pi k}$ $\quad k = 0; \pm 1; \pm 2; \ldots$

Հիշողություն — Մասնավոր դեպքեր (անգիր)

$\sin x = 0 \Rightarrow x = \pi k$ $\qquad \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $\qquad \cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi k$

$\mathrm{tg}\, x = 0 \Rightarrow x = \pi k$ $\qquad \sin x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\mathrm{ctg}\, x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ $\qquad \cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi k$

Օրինակ $\quad \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad x = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi k = (-1)^k \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi k = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k$

Օրինակ $\quad \mathrm{tg}\, x = -1$ $\quad x = \mathrm{arctg}(-1) + \pi k = -\frac{\pi}{4} + \pi k$

Օրինակ $\quad \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

Օրինակ $\quad \mathrm{ctg}\, x = -\sqrt{3}$ $\quad x = \mathrm{arcctg}(-\sqrt{3}) + \pi k = -30^\circ + 180^\circ k$

Եռանկյունաչափական հավասարումների մի քանի տեսակներ

I. Համասեռ հավասարումներ

1°. $a \sin x + b \cos x = 0$ $\quad a \ne 0, \; b \ne 0$

Պարզ է, որ $\cos x \ne 0$, հակառակ դեպքում $\sin x$-ը ևս կլիներ 0, որը հնարավոր չէ $\Rightarrow$ հավասարման երկու մասը կարող ենք բաժանել $\cos x$-ի վրա՝

$$\frac{a \sin x + b \cos x}{\cos x} = 0 \quad \text{կամ} \quad a \cdot \mathrm{tg}\, x + b = 0$$

$$\mathrm{tg}\, x = -\frac{b}{a} \Rightarrow \boxed{x = \mathrm{arctg}\left(-\frac{b}{a}\right) + \pi k} \quad k \in Z$$

2°. $3\cos^4 x + 5\sin^4 x = 3$ $\quad$ համասեռ է

ա) $\cos x \ne 0$, $\quad x \ne \frac{\pi}{2} + \pi k$

բ) 2 մասը բաժանենք $\cos^4 x$-ի վրա $(\cos x \ne 0)$

$$3 + 5\,\mathrm{tg}^4 x = \frac{3}{\cos^4 x}$$

$$3 + 5\,\mathrm{tg}^4 x = 3(1 + \mathrm{tg}^2 x)^2$$

$$2\,\mathrm{tg}^4 x - 6\,\mathrm{tg}^2 x = 0$$

$$2\,\mathrm{tg}^2 x(\mathrm{tg}^2 x - 3) = 0$$

1) $\mathrm{tg}\, x = 0 \Rightarrow x = \pi k$

2) $\mathrm{tg}^2 x - 3 = 0$, $\mathrm{tg}\, x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + \pi k$, $\; x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$

Պատ. $\quad x = \pi k$, $\quad x = \frac{\pi}{3} + \pi k$, $\quad x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$

3°. $3\sin x\cdot\cos x-3\cos^2 x=\cos 2x$

I եղանակ

$3\sin x\cdot\cos x-3\cos^2x=2\cos^2x-1$

$3\sin x\cdot\cos x-5\cos^2x=-1$ (համասեռ)

$\cos x\neq 0$, հակառակ դեպքում կստացվեր $0=-1$ => կարող ենք բաժանել $\cos^2x$-ի վրա:

$3\,tg\,x-5=-\frac{1}{\cos^2x}$

$3\,tg\,x-5=-(1+tg^2x)$

$tg^2x+3\,tg\,x-4=0$

նշ. $tg\,x=y$

$y^2+3y-4=0$

ա) $y_1=1 \Rightarrow tg\,x=1\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+\pi k$

բ) $y_2=-4\Rightarrow tg\,x=-4\Rightarrow x=arctg(-4)+\pi k$

Պատ. $x=\frac{\pi}{4}+\pi k$

$x=-arctg\,4+\pi k$

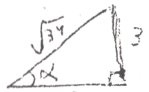
II եղանակ

$\frac{3}{2}\sin 2x-\frac{3(1+\cos 2x)}{2}=\cos 2x$

$3\sin 2x-3-3\cos 2x=2\cos 2x$

$3\sin 2x-5\cos 2x=3$

$\frac{3}{\sqrt{5^2+3^2}}\sin 2x-\frac{5}{\sqrt{3^2+5^2}}\cos 2x=\frac{3}{\sqrt{34}}$



$\frac{3}{\sqrt{34}}\sin 2x-\frac{5}{\sqrt{34}}\cos 2x=\frac{3}{\sqrt{34}}$

$\sin\alpha\cdot\sin 2x-\cos\alpha\cdot\cos 2x=\frac{3}{\sqrt{34}}$

$-\cos(2x+\alpha)=\frac{3}{\sqrt{34}}$

$\cos(2x+\alpha)=-\frac{3}{\sqrt{34}}$, որտեղ

$\alpha=arccos\frac{5}{\sqrt{34}}$

$2x+\alpha=\pm arccos\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right)+2\pi k$

$x=-\frac{\alpha}{2}\pm\frac{1}{2}arccos\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right)+\pi k$

Պատ. $x=-\frac{1}{2}arccos\frac{5}{\sqrt{34}}\pm\frac{1}{2}arccos\frac{3}{\sqrt{34}}+\pi k$

II Օժանդակ անկյուն

$\sqrt{3}\cos x+\sin x=2\cos 3x$ / 2-ի վրա բաժ.

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x=\cos 3x$

$\cos\frac{\pi}{6}\cos x+\sin\frac{\pi}{6}\cdot\sin x=\cos 3x$

$\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos 3x$

$\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\cos 3x=0$

$2\sin\left(2x-\frac{\pi}{12}\right)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=0$

ա) $\sin\left(2x-\frac{\pi}{12}\right)=0$

$2x-\frac{\pi}{12}=\pi k$

$x=\frac{\pi}{24}+\frac{\pi k}{2}=\frac{\pi}{24}(12k+1)$

բ) $\sin\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=0$

$x+\frac{\pi}{12}=\pi k$

$x=\pi k-\frac{\pi}{12}$

II Օժանդակ անկյան ներմուծման եղանակ

$a\sin x+b\cos x=c \qquad a\neq 0,\ b\neq 0,\ c\neq 0$

Հավասարման երկու մասը բաժանենք $\sqrt{a^2+b^2}$-ու վրա:

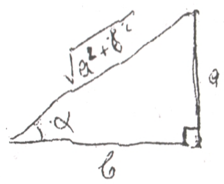
$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cdot\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cdot\cos x=\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\sin\alpha\cdot\sin x+\cos\alpha\cdot\cos x=c_1$

$\cos(x-\alpha)=c_1$

$x-\alpha=\pm arccos\,c_1+2\pi k$

$x=\alpha\pm arccos\,c_1+2\pi k$



$\alpha=arc\sin\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

կամ $\alpha=arccos\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Պատ. $\boxed{x=arccos\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\pm arccos\,c_1+2\pi k}$

III Ունիվերսալ տեղադրում

$a\sin x+b\cos x=c \qquad a\neq 0,\ b\neq 0,\ c\neq 0$

նշ. $tg\frac{x}{2}=y$ ($\cos\frac{x}{2}\neq 0$: $\cos\frac{x}{2}=0$ դեպքը ստուգել առանձին)

$\sin x=\frac{2\,tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$, $\cos x=\frac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$ =>

=> $\frac{2ay}{1+y^2}+\frac{b(1-y^2)}{1+y^2}=c$ => $2ay+b-by^2=c+cy^2$ կամ

$(b+c)y^2-2ay-(b-c)=0$ քառակուսային հավասարում:

Օրինակ

$3\sin 2x-5\cos 2x=3$ Կարելի է ստուգել որ $\cos x\neq 0$

նշ. $tg\,x=y$ => $\sin 2x=\frac{2y}{1+y^2}$, $\cos 2x=\frac{1-y^2}{1+y^2}$

$\frac{6y}{1+y^2}-\frac{5(1-y^2)}{1+y^2}=3$

$y^2+3y-4=0$

$y_1=-4$ ա) $tg\,x=-4$ $x=arctg(-4)+\pi k$

$y_2=1$ բ) $tg\,x=1$ $x=arctg\,1+\pi k=\frac{\pi}{4}+\pi k$

Պատ. $x=\frac{\pi}{4}+\pi k$ $x=arctg(-4)+\pi k$

Յ/

Խառը օրինակներ

1) Աստիճանի իջեցման մեթոդով

$$\cos^2\frac{x}{2}+\cos^2 x+\cos^2\frac{3}{2}x=\frac{3}{2}$$

$$\frac{1+\cos x}{2}+\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{1+\cos 3x}{2}=\frac{3}{2}$$

$$\cos x+\cos 2x+\cos 3x=0$$

$$2\cos 2x\cdot\cos x+\cos 2x=0$$

$$\cos 2x(2\cos x+1)=0$$

ա) $\cos 2x=0$

$$2x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$

$$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$$

$$x=\frac{\pi}{4}(2k+1)$$

բ) $2\cos x+1=0$

$$\cos x=-\frac{1}{2}$$

$$x=\pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+2\pi k=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$$

$$x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$$

---

x 2

ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄ

I. ՈՐՈՇՄԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹ (նշանակվում է $D(y)$-ով)

ա) $y=f(x)$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը՝ դա x արգումենտի (կամ փոփոխականի) թույլատրելի արժեքների բազմությունն է։

բ) y-ի ընդունած արժեքների բազմությունը կոչվում է $y=f(x)$ ֆունկցիայի արժեքների բազմություն, կամ փոփոխման տիրույթ։ Նշանակվում է՝ $E(y)$-ով։

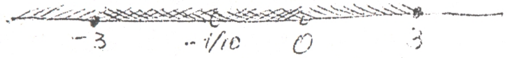
Օրինակ

Գտնել $y=\dfrac{\sqrt{3-|x|}}{1+\lg(-x)}$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը։

Լուծում

$$D(y):\begin{cases}-x>0\\ 3-|x|\geq 0\\ 1+\lg(-x)\neq 0\end{cases}\quad\begin{cases}x<0\\ |x|\leq 3\\ \lg(-x)\neq -1\end{cases}\quad\begin{cases}x<0\\ -3\leq x\leq 3\\ x\neq -1/10\end{cases}$$

Պատ.՝



$$x\in[-3;-1/10)\cup(-1/10;0)$$

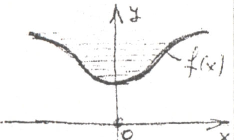
II. ԶՈՒՅԳՈՒԹՅՈՒՆ, ԿԵՆՏՈՒԹՅՈՒՆ

$\forall x\in D(f)$ $-x\in D(f)$

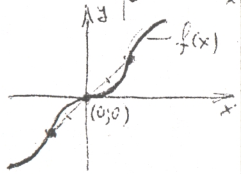
ա) $y=f(x)$ ֆունկցիան կոչվում է զույգ, եթե $\boxed{f(-x)=f(x)}$

բ) $y=f(x)$ ֆունկցիան կոչվում է կենտ, եթե $\boxed{f(-x)=-f(x)}$

Հետևություն ա) Զույգ ֆունկցիայի գրաֆիկը սիմետրիկ է Oy առանցքի նկատմամբ.



բ) Կենտ ֆունկցիայի գրաֆիկը սիմետրիկ է $(0;0)$ կոորդ. սկզբնակետի նկատմամբ։



Օրինակ $y=|1+x|-|1-x|$

$$f(-x)=|1-x|-|1+x|=-(\underbrace{|1+x|-|1-x|}^{f(x)})=-f(x)\Rightarrow \text{կենտ է։}$$

Օրինակ

$y=\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}-\sin^3x$

$f(-x)=-\left(\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}+\sin^3x\right)=-f(x)$ կենտ է

$y=\dfrac{1-x^2}{1+|x|}+|\operatorname{tg}x|$

$f(-x)=\dfrac{1-x^2}{1+|x|}+|\operatorname{tg}x|=f(x)$ զույգ է

$y=(x+1)\ln(1+|x|)$

$f(-x)=(1-x)\ln(1+|x|)$ ոչ զույգ, ոչ կենտ

III. ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

$y=f(x)$ ֆունկցիան կկոչվի պարբերական, եթե գոյություն ունի մի $T\neq 0$ թիվ, այնպես, որ $\forall x\in D(f)$ $x\pm T\in D(f)$ և $\boxed{f(x+T)=f(x)}$, $\forall x$, $x\pm T\in D(f)$, իսկ T-ն կկոչվի ֆունկցիայի պարբերություն:

Դիտողություն Պարզ է, որ եթե T-ն պարբերություն է, ապա $\pm 2T, \pm 3T, \pm 4T, \ldots$, կամ nT $(n=\pm 1;\pm 2,\ldots)$ թվերը ևս կհանդիսանան պարբերություն:

Օրինակ Գտնել $y=\sin\frac{2}{3}x$ ֆունկցիայի ամենափոքր դրական պարբերությունը:

Լուծում Եթե. T-ն պարբերություն է $\Rightarrow$ ըստ սահմանման.

$$f(x+T)=\sin\frac{2}{3}(x+T)=\sin\frac{2}{3}x=f(x)$$

Այս հավասարությունը պետք է ճիշտ լինի $\forall x$-ի դեպքում: Վերցնենք $x=0$, կստանանք՝

$$\sin\frac{2}{3}(0+T)=\sin 0=0$$

$$\sin\frac{2}{3}T=0 \Rightarrow \frac{2}{3}T=\pi k \Rightarrow T=\frac{3\pi k}{2},\quad k=\pm1,\pm2,\pm3,\ldots$$

երբ $k=0 \Rightarrow T=0$ ~~դրական~~ պարբերություն չի:

երբ $k=1 \Rightarrow T=\frac{3\pi}{2}$, բայց $\sin\left(\frac{2}{3}\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)\right)=\sin\left(\frac{2}{3}x+\pi\right)=-\sin\frac{2}{3}x\neq\sin\frac{2}{3}x$ $\Rightarrow$ $\frac{3\pi}{2}$-ը պարբերություն չի:

երբ $k=2 \Rightarrow T=3\pi$: $\sin\left(\frac{2}{3}(x+3\pi)\right)=\sin\left(\frac{2}{3}x+2\pi\right)=\sin\frac{2}{3}x \Rightarrow 3\pi$-ն պարբերություն է, ընդ որում ամենափոքր դրականը:

Պատ. $T=3\pi$

Օրինակ

IV. ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ ԿԵՏԵՐ

$y=f(x)$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթի այն կետը, որտեղ $f'(x)=0$, կամ գոյություն չունի կոչվում է կրիտիկական կետ: Մասնավորապես եթե $f'(x_0)=0$, ապա x_0-ն կրիտիկական կետ է:

Դիտողություն Մասնավորապես $y=f(x)$ ֆունկցիայի կրիտիկական կետերը գտնելու համար բավական է լուծել $\boxed{f'(x)=0}$ հավասարումը:

Օրինակ Գտնել $f(x)=1+x^2+\frac{1}{1+x^2}$ ֆունկցիայի կրիտիկական կետերը:

Լուծում Որոշման տիրույթը՝ $D(y): \{x\in(-\infty;\infty)\}$

$$f'(x)=2x-\frac{2x}{(1+x^2)^2}=\frac{2x(1+x^2)^2-2x}{(1+x^2)^2}=\frac{2x(x^4+2x^2)}{(1+x^2)^2}=\frac{2x^3(x^2+2)}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^3(x^2+2)}{(1+x^2)^2}$$

Լուծենք $f'(x)=0$ հավասարումը. $\frac{2x^3(x^2+2)}{(1+x^2)^2}=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^3(x^2+2)=0$: $x^2+2\neq 0$ $\forall x \Rightarrow x^3=0 \Rightarrow x=0$

$x=0\in D(y)$ Պատ. $\boxed{0}$-ն կրիտ. կետ է:

V. ՄՈՆՈՏՈՆՈՒԹՅԱՆ ՄԻՋԱԿԱՅՔԵՐ

Հարևան կրիտիկական կետերի արանքում $y=f(x)$ ֆունկցիան կամ միայն մոնոտոն աճող է, կամ միայն մոնոտոն նվազող: Ընդ որում,

ա) երբ $f'(x)>0$՝ մոնոտոն աճող է,

բ) երբ $f'(x)<0$՝ մոնոտոն նվազող:

Օրինակ Գտնել $y=\sin x-\sqrt{3}\cdot x$ ֆունկցիայի մոնոտոնության միջակայքերը:

Լուծում Որոշման տիրույթը՝ $D(y): \{x\in(-\infty;\infty)\}$

$y'=\cos x-\sqrt{3}<0$ երբ $x\in D(y)$, որովհետև $-1\leq\cos x\leq 1$, իսկ $\sqrt{3}>1$; $\Rightarrow$ ամբողջ թվային առանցքի վրա $f(x)$-ը նվազող ֆունկցիա է:

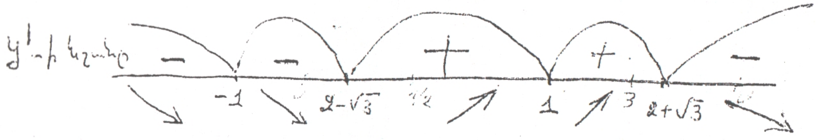
Օրինակ 4. Գտնել $y=\frac{x-2}{x^2-1}$ ֆունկցիայի մոնոտոնության միջակայքերը։

Լուծում. Որոշման տիրույթը՝ $D(y):\{x\in(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;\infty)\}$

$$y'=\frac{x^2-1-2x(x-2)}{(x^2-1)^2}=\frac{-x^2+4x-1}{(x^2-1)^2}$$

$y'=0 \Rightarrow x^2-4x+1=0 \Rightarrow x_1=2-\sqrt3,\ x_2=2+\sqrt3\ \ (x_{1;2}\in D(y))$

y'-ը գոյություն չունի, երբ $x=\pm1\notin D(y)$



երբ $x\in(-\infty;-1)\searrow,(-1;2-\sqrt3)\searrow,(2+\sqrt3;\infty)\searrow$ նվազող է $\searrow$,

երբ $x\in(2-\sqrt3;1)\nearrow,(1;2+\sqrt3)\nearrow$ աճող է։ $\nearrow$

Օրինակ. Ապացուցել, որ $y=\frac{x^4-6x^2+6x-3}{x}$ ֆունկցիան $(0;\infty)$ միջակայքում մոնոտոն աճող է։

Լուծում. Որոշման տիրույթը՝ $x\in(-\infty;0)\cup(0;\infty)$;

$$f'(x)=\frac{(4x^3-12x+6)x-x^4+6x^2-6x+3}{x^2}=\frac{3x^4-6x^2+3}{x^2}=\frac{3(x^2-1)^2}{x^2}$$

$f'(x)=\frac{3(x^2-1)^2}{x^2}>0$ միշտ երբ $x\in(0;\infty)\Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)$-ը $(0;\infty)$-ում մոնոտոն աճող է։

VI. ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԷՔՍՏՐԵՄՈՒՄՆԵՐ (մաքսիմում max և մինիմում min)

Երբ x_0 կրիտիկական կետը անցնելիս y'-ը փոխում է իր նշանը, ապա x_0-ն էքստրեմումի կետ է, ընդ որում.

ա) երբ փոխում է $+$-ից $-$՝ max-ի կետ է ($y(x_0)=y_{max}$)

բ) երբ փոխում է $-$-ից $+$՝ min-ի կետ է ($y(x_0)=y_{min}$)։

Օրինակ. Գտնել $y=\frac{2x^3-1}{x^2}$ ֆունկցիայի էքստրեմումները։

Լուծում. Որոշման տիրույթը՝ $D(y):\{x\in(-\infty;0)\cup(0;\infty)\}$

$$y'=\frac{6x^4-2x(2x^3-1)}{x^4}=\frac{2x^4+2x}{x^4}=\frac{2x(x^3+1)}{x^4}=\frac{2(x+1)(x^2-x+1)}{x^3}$$

$y'=0\Rightarrow 2(x+1)\underbrace{(x^2-x+1)}_{D<0}=0\Rightarrow x+1=0\Rightarrow x_1=-1$

y'-ը գոյություն չունի ($\nexists$) երբ $x_2=0\notin D(y)\Rightarrow$ էքստրեմումի կետ չէ։

$x_{max}=-1$

$y_{max}=-3$

Պատ.՝ $x=-1$-ը max-ի կետ է։

VII. ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՄԵԾԱԳՈՒՅՆ ԵՎ ՓՈՔՐԱԳՈՒՅՆ ԱՐԺԵՔՆԵՐԸ ($y_{մեծ.}$, $y_{փոք.}$)

$[a,b]$ հատվածում $y_{մեծ.}$, $y_{փոք.}$ գտնելու համար պետք է գտնել $y=f(x)$ ֆունկցիայի y_{max}-երը, y_{min}-երը, $f(a)$-ն, $f(b)$-ն, ապա դրանցից ամենամեծը կլինի ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը ($y_{մեծ.}$), իսկ ամենափոքրը՝ փոքրագույն արժեքը ($y_{փոք.}$)։

Օրինակ. $[1;10]$ միջակայքում գտնել $y_{մեծ}$-ը և $y_{փոք.}$-ը՝ $y=\frac{x^3}{e^x}$

Լուծում. Որոշման տիրույթը՝ $D(y):\{x\in R\}$

$$y'=\frac{3x^2e^x-x^3e^x}{e^{2x}}=\frac{x^2e^x(3-x)}{e^{2x}}=\frac{x^2(3-x)}{e^x}$$

$y'=0\Rightarrow x^2(3-x)=0\Rightarrow x_1=0\notin[1;10],\ x_2=3\in[1;10]$

$$\left.\begin{aligned}f(3)&=\frac{3^3}{e^3}=\frac{27}{e^3}>1\\ f(1)&=\frac{1}{e}\\ f(10)&=\frac{1000}{e^{10}}\end{aligned}\right]\Rightarrow y_{մեծ}=\frac{27}{e^3},\quad y_{փոք}=\frac{1000}{e^{10}}$$

Օրինակ

Գտնել $f(x)=(x^2-5x+64)\cdot(x-5)^{-1}$ ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները $|2x+10|\leq 12$ բազմության վրա

Լուծում

Որոշման տիրույթը՝ $D(y):\{x\in(-\infty;5)\cup(5;\infty)\}$

$$f'(x)=\left(\frac{x^2-5x+64}{x-5}\right)'=\frac{(2x-5)(x-5)-x^2+5x-64}{(x-5)^2}=\frac{x^2-10x-39}{(x-5)^2}$$

$$y'=0 \Rightarrow x^2-10x-39=0$$

$$x_{1,2}=5\pm 8 \qquad x_1=-3, \quad x_2=13$$

$$|2x+10|\leq 12$$

$-12\leq 2x+10\leq 12$ կամ $-11\leq x\leq 1 \Rightarrow x\in[-11;1]$

$x_1=-3\in[-11;1]$ իսկ $x_2=13\notin[-11;1]$

$$\left.\begin{aligned} f(-3)&=\frac{(-3)^2-5(-3)+64}{-3-5}=\frac{88}{-8}=-11\\ f(-11)&=\frac{(-11)^2-5(-11)+64}{-11-5}=\frac{240}{-16}=-15\\ f(1)&=\frac{1-5+64}{-4}=\frac{60}{-4}=-15\end{aligned}\right]\Rightarrow \begin{aligned} y_{փոք}&=-15\\ y_{մեծ}&=-11\end{aligned}$$

ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱ

ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ Բնական արգումենտի ֆունկցիան $\left(\underset{n\in N}{f(n)}\right)$ կոչվում է թվային հաջորդականություն և նշանակվում է

$$\{a_n\} = a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$$

Օրինակ $\left\{\frac{1}{n}\right\} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots$

Օրինակ $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\} = -1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \ldots, \frac{(-1)^n}{n}, \ldots$

ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ թվային հաջորդականությունը կոչվում է թվաբանական պրոգրեսիա, եթե նրա յուրաքանչյուր անդամ ստացվում է իր նախորդից ավելացնելով միևնույն թիվը: Այդ թիվը կոչվում է թվաբ. պրոգ-ի ~~...~~ տարբ. և նշ-ն է d-ով:

Այսինքն $\boxed{a_2-a_1=a_3-a_2=a_4-a_3=\ldots=a_n-a_{n-1}=d}$

1) a_n-ը կոչվում է թվաբ. պրոգ-ի ընդհանուր անդամ, որի բանաձևն է՝ $\boxed{a_n = a_1+(n-1)d}$

2) Թվաբ. պրոգ-ի առաջին n անդամների գումարը (նշանակվում է $S_n = a_1+a_2+\ldots+a_n$).

$$\boxed{S_n = \frac{a_1+a_n}{2}\cdot n} \quad \text{կամ} \quad \boxed{S = \frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n}$$

Հատկությունները ա) $\boxed{a_n - a_m = (n-m)d}$, $n>m$

բ) $\boxed{a_k = \frac{a_{k-1}+a_{k+1}}{2}}$ միջին թվաբանական

Դիտողություն Երբ $d>0$ պրոգրեսիան կոչվում է աճող, երբ $d<0$ — կոչվում է նվազող.

Խնդիր 1319 տարբ.

$a_1, a_2, a_3 \ldots$ թվաբ. պրոգ. է, $m+n=k+p$

Ապաց. որ $a_m+a_n=a_k+a_p$

$$\left.\begin{array}{l} a_m = a_1+(m-1)d \\ a_n = a_1+(n-1)d \end{array}\right] \Rightarrow a_m+a_n = 2a_1+(m+n-2)d$$

$$\left.\begin{array}{l} a_k = a_1+(k-1)d \\ a_p = a_1+(p-1)d \end{array}\right] \Rightarrow a_k+a_p = 2a_1+(k+p-2)d$$

Քանի որ $m+n=k+p \Rightarrow a_m+a_n=a_k+a_p$

Օրինակ 1327

$a_1, a_2, \ldots$ հաջ. է, $S_n = 5n^2-6n$

Ապաց. որ հաջ-ը թվաբ. պրոգ. է:

$$\left.\begin{array}{l} S_1 = a_1 \Rightarrow a_1 = 5\cdot 1^2-6\cdot 1 = -1 \\ a_2 = S_2-S_1 = (5\cdot 2^2-6\cdot 2)-(-1) = 9 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$\Rightarrow a_2-a_1 = 10$

$$a_n - a_{n-1} = (\underbrace{S_n - S_{n-1}}_{a_n}) - (\underbrace{S_{n-1} - S_{n-2}}_{a_{n-1}}) =$$

$$= 5n^2-6n-5(n-1)^2+6(n-1)-5(n-1)^2+6(n-1)+5(n-2)^2-6(n-2) =$$

$$= 5n^2-6n-10n^2+20n-10+12n-12+5n^2-20n+20-6n+12 = 10$$

Ստացանք որ $\left.\begin{array}{l} a_2-a_1=10 \\ a_n-a_{n-1}=10, \ \forall n \end{array}\right] \Rightarrow a_1, a_2, \ldots$ հաջ.-ը թվաբ. պրոգ. է:

Օրինակ 1344

$a_3+a_{11}=13$

a_4+a_{10} — ?

$a_3+a_{11} = a_1+2d+a_1+10d = 2a_1+12d = 2(a_1+6d) = 13$

$a_4+a_{10} = a_1+3d+a_1+9d = 2a_1+12d = 2(a_1+6d) = 13$

~~...~~ Պատ. 13.

Օրինակ 1324

$a_7 = 2x$

$a_{17} = 3x+1$

$a_{23} = 4x-1$

x — ?

$$\begin{cases} a_{17}-a_7 = 10d \\ a_{23}-a_{17} = 6d \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+1-2x = 10d \\ 4x-1-3x-1 = 6d \end{cases} \quad \begin{cases} x-10d = -1 \\ x-6d = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} d = \frac{3}{4} \\ x = \frac{13}{2} \end{cases}$$

Պատ. $\boxed{\frac{13}{2}}$

1024

Գտնել 700-ից փոքր այն բնական թվերի գումարը, որոնք 7-ի բաժանելիս տալիս են 3 մնացորդ

S_n — ?

$a_1 = 10$, $a_2 = 17$, $a_3 = 24, \ldots$ թվաբ. պր. է

~~...~~ վերջինը $a_n = 696$, $d=7 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_n = a_1+(n-1)d = 10+(n-1)\cdot 7 = 696$

$n = \frac{696-10}{7}+1 = \frac{693}{7} = 99$

$$S_{99} = \frac{a_1+a_{99}}{2}\cdot 99 = \frac{10+696}{2}\cdot 99 = 353\cdot 99$$

Երկրաչափական պրոգրեսիա

ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ

$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ թվային հաջորդականությունը կոչվում է երկրաչափական պրոգրեսիա, եթե նրա յուրաքանչյուր անդամ սկսած 2-րդից հավասար է նախորդին ~~բազմ~~բազմապատկած միևնույն թվով, որը կոչվում է երկրաչ. պրոգ.-ի հայտարար և նշ. է q-ով:

Այսինքն՝ $\boxed{\frac{b_2}{b_1}=\frac{b_3}{b_2}=\dots=\frac{b_n}{b_{n-1}}=q} \Rightarrow \boxed{b_n=b_{n-1}\cdot q}$

Մոնոտոնություն

Երբ $q>1$ — աճող է
Երբ $0<q<1$ — նվազող է

$\boxed{\begin{matrix} q\neq 0 \\ q\neq 1\end{matrix}}$

Ընդհանուր անդամի (b_n-ի) բանաձևը

$$\boxed{b_n=b_1\cdot q^{n-1}}$$

Առաջին n անդամների գումարը $(S_n=b_1+b_2+\dots+b_n)$

$$\boxed{S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}} \quad \text{կամ} \quad \boxed{S_n=\frac{b_1-b_n\cdot q}{1-q}}$$

Հատկություն

$$\boxed{b_k=\sqrt{b_{k-1}\cdot b_{k+1}}}$$

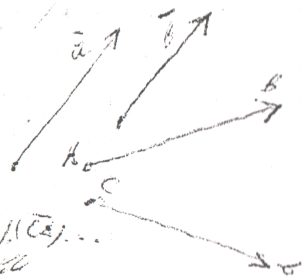
Միջին երկրաչափականը

ԱՆՎԵՐՋ ՆՎԱԶՈՂ ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱ

Երբ $|q|<1$, ապա $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիան կոչվում է անվերջ նվազող երկր. պրոգրեսիա, որի գումարը (սահմանը) հաշվվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\boxed{S=\frac{b_1}{1-q}}$$

§1 Տարածության կոորդինատները և վեկտորները



Սահմանում Ուղղորդված հատվածը վեկտոր

Ուղղորդված հատվածը կոչվում է վեկտոր և նշանակվում է $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \ldots$ փոքրատառերով կամ հատվածի սկզբնակետի ու վերջնակետի միջոցով $(\overline{AB}), (\overline{CD}) \ldots$ վեկտորները: Վեկտորները կոչվում են հավասար, եթե նրանք ունեն նույն ուղղությունը և նույն մեծությունը:

Հետևություն վեկտորները տարածության մեջ կարելի է տեղափոխել զուգահեռաբար, տեղափոխելով նրանց նույն սկզբնակետից:

Սահմանում $\bar{a}$ և $\bar{b}$ վեկտորները կոչվում են համագիծ ($\bar{a} \parallel \bar{b}$), եթե նրանք գտնվում են միևնույն կամ զուգահեռ ուղիղների վրա:

Սահմանում $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ երեք վեկտորները կոչվում են համահարթ, եթե նրանք գտնվում են միևնույն կամ զուգահեռ հարթությունների վրա:

Վեկտորի կոորդինատներ $\bar{a}$ վեկտորի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա կոչվում են այդ վեկտորի կոորդինատներ և նշանակվում x, y, z-ով: Իսկ $\bar{a}$ վեկտորը այդ դեպքում գրվում է այսպես

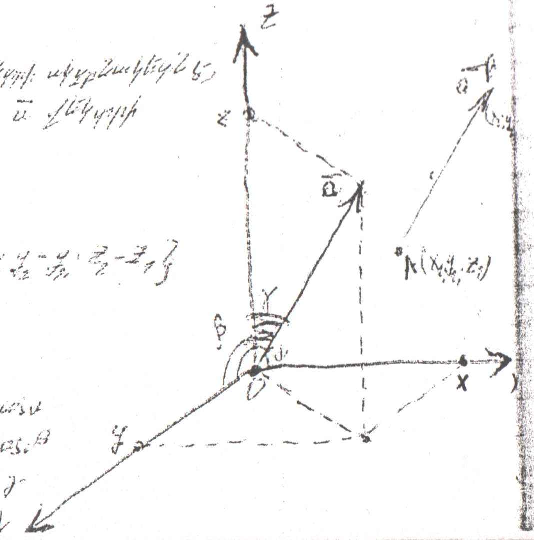
$\bar{a}(x;y;z)$ կամ $\bar{a}=\{x;y;z\}$:

Եթե $A(x_1;y_1;z_1)$ կետը $\bar{a}=\overline{AB}$ վեկտորի սկզբնակետն է, իսկ $B(x_2;y_2;z_2)$-ը վերջնակետը, ապա $\bar{a}$ վեկտորի կոորդինատները կլինեն

$x = x_2 - x_1$

$y = y_2 - y_1$ արտահայտությամբ $\bar{a}=\overline{AB}=\{x_2-x_1; y_2-y_1; z_2-z_1\}$

$z = z_2 - z_1$



Հետևություն Նկատի որ $x = |\bar{a}| \cdot \cos\alpha$

$y = |\bar{a}| \cdot \cos\beta$

$z = |\bar{a}| \cdot \cos\gamma$

Վեկտորի երկարությունը $\boxed{|\bar{a}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ կամ

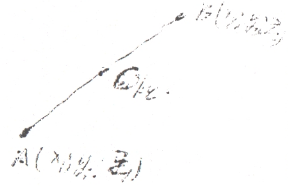
$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

Հետևություն երկու $A(x_1;y_1;z_1)$ և $B(x_2;y_2;z_2)$ կետերի հեռավորությունը կամ $[AB]$ հատվածի երկարությունը, այսինքն

$$\boxed{|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}}$$

Միջնակետը AB հատվածի միջնակետի կոորդինատները կլինեն

$$C\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}; \frac{z_1+z_2}{2}\right)$$



Գործողություններ վեկտորների հետ

1° Կամայական $\lambda \in R$ թվի և $\bar{a}(x;y;z)$ վեկտորի արտադրյալը $\lambda\bar{a} = \{\lambda x; \lambda y; \lambda z\}$:

Ընդ որում, երբ $\lambda > 0$ $\bar{a}$ և $\lambda\bar{a}$ վեկտորները համուղղված են,

երբ $\lambda < 0$ $\bar{a}$ և $\lambda\bar{a}$ վեկտորները հակուղղված են

Հետևություն Որպեսզի $\bar{a}=(x_1;y_1;z_1)$ և $\bar{b}=(x_2;y_2;z_2)$ վեկտորները լինեն համագիծ $\Longleftrightarrow$ $\boxed{\bar{a} = \lambda\bar{b}}$ $(\lambda \in R)$ կամ

$$\boxed{\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1}}$$

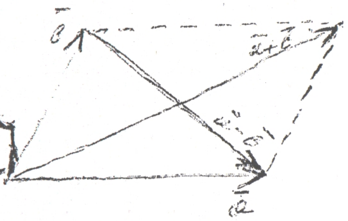
այսինքն համապատասխան կոորդինատները համեմատական են:

2° Վեկտորների գումար

Եթե $\bar a = \{x_1; y_1; z_1\}$

$\bar b = \{x_2; y_2; z_2\}$

ապա $\boxed{\bar a \pm \bar b = \{x_1 \pm x_2;\ y_1 \pm y_2;\ z_1 \pm z_2\}}$



Վեկտորների գծային կոմբինացիա

Համապատասխան $\bar a, \bar b, \bar c$ վեկտորների և α, β, γ թվերի համար $\alpha\bar a + \beta\bar b + \gamma\bar c$ արտահայտությունը կոչվում է այդ վեկտորների գծային կոմբինացիա:

Եթե $\bar a, \bar b, \bar c, \bar d$ վեկտորների համար $\bar d = \alpha\bar a + \beta\bar b + \gamma\bar c$, ապա ասում են՝ $\bar d$ վեկտորը վերլուծված է ըստ $\bar a, \bar b, \bar c$ վեկտորների, կամ ներկայացված է $\bar a, \bar b, \bar c$ վեկտորների միջոցով:

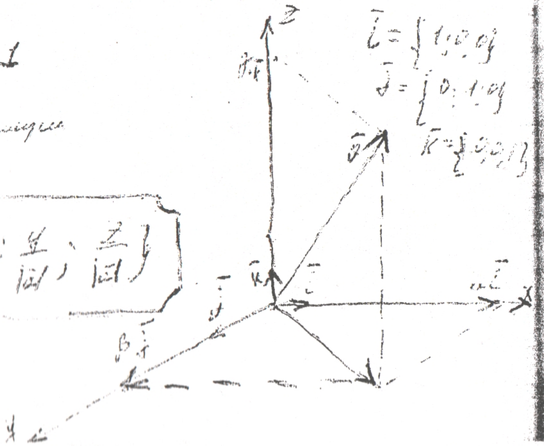
Սահմանում $\bar e$ վեկտորը կոչվում է միավոր վեկտոր, եթե նրա երկարությունը (կամ մոդուլը) հավասար է 1: $|\bar e| = 1$

Սահմանում $\bar a$ վեկտորի ուղղությամբ միավոր վեկտորը կոչվում է $\bar a$ վեկտորի օրտ և նշանակվում է $\bar a^0$:

Ox, Oy, Oz առանցքների համապատասխան միավոր վեկտորները կոչվում են բազիսային վեկտորներ և նշանակվում $\bar i, \bar j, \bar k$; $|\bar i| = |\bar j| = |\bar k| = 1$

Դիտողություն Եթե $\bar a = \{x; y; z\}$, ապա

$$\boxed{\bar a^0 = \frac{1}{|\bar a|}\cdot \bar a = \left\{\frac{x}{|\bar a|}; \frac{y}{|\bar a|}; \frac{z}{|\bar a|}\right\}}$$



Դիտողություն Ցանկացած $\bar a$ վեկտորի, $\exists$ α, β, γ թվեր այնպես,

որ $\boxed{\bar a = \alpha\cdot\bar i + \beta\bar j + \gamma\bar k}$, որտեղ α, β, γ-ն (թվեր են)

$\bar a$ վեկտորի կոորդինատներն են ~~…~~ $\bar a = \{\alpha; \beta; \gamma\}$ կամ

$\bar a = \{x; y; z\}$; $x = \alpha$, $y = \beta$, $z = \gamma$

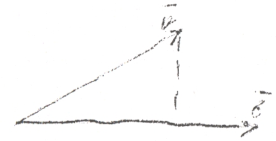
Սկալյար արտադրյալ

Դիցուք տրված են $\bar a = \{x_1; y_1; z_1\}$ և

$\bar b = \{x_2; y_2; z_2\}$ վեկտորները:

Սահմանում $\bar a$ և $\bar b$ վեկտորների սկալյար արտադրյալ կոչվում է թիվը՝

$\bar a \cdot \bar b = |\bar a|\cdot|\bar b|\cdot\cos\bar a \wedge \bar b$



Դիտողություն Սահմանումից հետևում է, որ

$\bar a\cdot\bar b = |\bar b|\cdot пр_{\bar b}\bar a$, որովհետև $пр_{\bar b}\bar a = |\bar a|\cos\bar a\wedge\bar b$ կամ

$\bar a\cdot\bar b = |\bar a|\cdot пр_{\bar a}\bar b$ —‖— $пр_{\bar a}\bar b = |\bar b|\cos\bar a\wedge\bar b$;

Հատկությունները

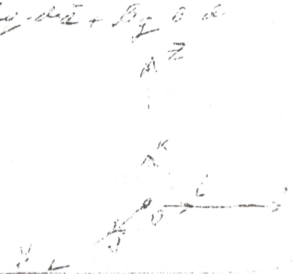
1) $\bar a\cdot\bar b = \bar b\cdot\bar a$

2) $(\alpha\bar a + \beta\bar b)(\gamma\bar c + q\bar d) = \alpha\gamma\,\bar a\bar c + \beta\gamma\,\bar b\bar c + \alpha q\,\bar a\bar d + \beta q\,\bar b\bar d$

3) $\bar a \perp \bar b \Leftrightarrow \bar a\cdot\bar b = 0$

4) $\bar a\wedge\bar b < 90^\circ \Leftrightarrow \bar a\cdot\bar b > 0$; $\bar a\wedge\bar b > 90^\circ \Leftrightarrow \bar a\cdot\bar b < 0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ եթե $\bar a\cdot\bar i > 0 \Rightarrow \bar a\wedge Ox < 90^\circ$; եթե $\bar a\cdot\bar i < 0 \Rightarrow \bar a\wedge Ox > 90^\circ$



85 Սկալյար արտադրյալ: Ապացուցել 1), 2), 3) հատկությունները ինքնուրույն

$$\boxed{\bar a\cdot\bar b = x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}$$

Սկալյար քառակուսին կոչվում է

$$\bar a^2=\bar a\cdot\bar a=|\bar a|\cdot|\bar a|\cos 0^\circ=|\bar a|^2 \Rightarrow \boxed{|\bar a|=\sqrt{\bar a^2}}$$

Վեկտորների կազմած անկյունը

$$\cos \bar a\,\hat{}\,\bar b=\frac{\bar a\bar b}{|\bar a||\bar b|} \quad \text{կամ} \quad \cos \bar a\,\hat{}\,\bar b=\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

Գործնական 2164

$\bar c=\{-136;\ 15\}$

$10\bar a=\bar c+10\bar b$

$\bar b=\{2y-15;\ x+20{,}6\}$

$\bar a=\{x;y\}$ — ?

$10\cdot\bar a=\{10x;\ 10y\}$

$10\bar b=\{20y-150;\ 10x+206\}$

$\bar c+10\bar b=\{20y-286;\ 10x+221\}$

$10\bar a=\bar c+10\bar b \Rightarrow$

$$\begin{cases}10x=20y-286\\10y=10x+221\end{cases}\quad\begin{cases}5x-10y=-143\\10x-10y=-221\end{cases}\quad\begin{cases}x=-78/5\\y=6{,}5\end{cases}$$

Պատ. $\bar a=\{-\frac{78}{5};\ 6{,}5\}$

2169

$\bar a=\{4x+1;\ x-1;\ 2+x\}$

$\bar b=\{-1;\ x;\ x+1\}$

$\bar a\parallel\bar b$

x — ?

$\bar a\parallel\bar b \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$ կամ

$\frac{4x+1}{-1}=\frac{x-1}{x}=\frac{2+x}{x+1}$

$$\begin{cases}\frac{4x+1}{-1}=\frac{x-1}{x}\\\frac{x-1}{x}=\frac{2+x}{x+1}\end{cases}\quad\begin{cases}4x^2+2x-1=0\\2x+1=0\end{cases}\quad\begin{cases}x_1=-\frac{1}{2},\ x_2=\frac{1}{2}\\x=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

Պատ. 3

2172

$|\bar b|=9,\ \bar b\parallel\bar a$

$\bar a=\{2\sqrt2;\ -1\}$

$\bar b=\{x;y\}$ — ?

$\bar b\parallel\bar a \Rightarrow \frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}$ ($\bar a=\lambda\bar b$) կամ

$$\begin{cases}\frac{x}{2\sqrt2}=\frac{y}{-1}\\\sqrt{x^2+y^2}=9\end{cases}\quad\begin{cases}y^2=\frac{x^2}{8}\\x^2+\frac{x^2}{8}=81\end{cases}\quad\begin{cases}y^2=9\\x^2=72\end{cases}$$

$y_{1,2}=\pm3$

$x_{1,2}=\pm6\sqrt2$

Պատ. $\bar b=\{3;\ 6\sqrt2\}$, $\bar b=\{-3;\ 6\sqrt2\}$, $\bar b=\{3;\ -6\sqrt2\}$, $\bar b=\{-3;\ -6\sqrt2\}$

2181

$\bar a=\{-\sqrt5;\ 2\}$

$\bar b=\{x;\ -2\sqrt5\}$

$\bar a\,\hat{}\,\bar b=\arccos(-\frac{4\sqrt5}{9})$

x — ?

$\cos\bar a\,\hat{}\,\bar b=\frac{\bar a\bar b}{|\bar a||\bar b|}=\frac{-\sqrt5x-4\sqrt5}{\sqrt{5+4}\cdot\sqrt{x^2+20}}=\frac{-\sqrt5(x+4)}{3\sqrt{x^2+20}}$

$\frac{-\sqrt5(x+4)}{3\sqrt{x^2+20}}=-\frac{4\sqrt5}{9}\Rightarrow 3x+12=4\sqrt{x^2+20}$

$9x^2+72x+144=16x^2+320$

$7x^2-72x+176=0$

$x_{1,2}=\frac{36\pm8}{7}$

$x_1=4$

$x_2=\frac{44}{7}$

Պատ. 4, $\frac{44}{7}$

197

Տ. $\bar{b}=\{12;-16;15\}$, $|\bar{a}|=10$, $\bar{a}\parallel\bar{b}$, $\bar{a}\wedge\bar{k}<90^\circ \Rightarrow \bar{a}\cdot\bar{k}>0$

$\bar{a}=\{x;y;z\}$ — ?

$\bar{a}\parallel\bar{b} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\frac{x}{12}=\frac{y}{-16}=\frac{z}{15}\\ \sqrt{x^2+y^2+z^2}=10\end{array}\right.$ ($|\bar{a}|=10 \Rightarrow$) $\left\{\begin{array}{l}y=-\frac{4}{3}x,\ z=\frac{5}{4}x\\ x^2+\frac{16}{9}x^2+\frac{25}{16}x^2=100\end{array}\right.$

$144x^2+256x^2+225x^2=14400$

$625x^2=14400$

$x_{1,2}=\pm\frac{120}{25}=\pm\frac{24}{5}$

$y_{1,2}=\mp\frac{32}{5}$, $z_{1,2}=\pm 6$

1) $\bar{a}=\{\frac{24}{5};-\frac{32}{5};6\}$, $\bar{k}=\{0;0;1\}$ | $\bar{a}\cdot\bar{k}=\frac{24}{5}\cdot 0-\frac{32}{5}\cdot 0+6\cdot 1=6>0 \Rightarrow$ բ.պ.

2) $\bar{a}=\{-\frac{24}{5};+\frac{32}{5};-6\}$ | $\bar{a}\cdot\bar{k}=-\frac{24}{5}\cdot 0+\frac{32}{5}\cdot 0-6\cdot 1=-6<0 \Rightarrow$ չի բ.

Պ. $\bar{a}=\{\frac{24}{5};-\frac{32}{5};6\}$

198

$\bar{a}\wedge\bar{b}$, $|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=6$

$|\bar{a}+\bar{b}|$ — ?, $|\bar{a}-\bar{b}|$ — ?

$|\bar{a}-\bar{b}|=\sqrt{(\bar{a}-\bar{b})^2}=\sqrt{\bar{a}^2-2\bar{a}\bar{b}+\bar{b}^2}=$

$=\sqrt{|\bar{a}|^2-2|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\cos 120^\circ+|\bar{b}|^2}=$

$=\sqrt{9+36+36}=9$

$|\bar{a}+\bar{b}|=\sqrt{(\bar{a}+\bar{b})^2}=\sqrt{\bar{a}^2+2\bar{a}\bar{b}+\bar{b}^2}=$

$=\sqrt{|\bar{a}|^2+2|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\cos\ldots+|\bar{b}|^2}=\sqrt{9-36+36}=3$

Պատ.: $|\bar{a}+\bar{b}|=3$

$|\bar{a}-\bar{b}|=9$

204

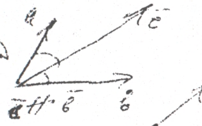
$\bar{b}=\{3;4\}$, $\bar{c}=\{-4;3\}$, $|\bar{a}|=5\sqrt{2}$, $\bar{a}\wedge\bar{c}=\bar{a}\wedge\bar{b}$

$\bar{a}=\{x;y\}$ — ?

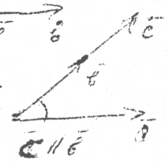
[illegible] $\frac{3}{-4}\neq\frac{4}{3} \Rightarrow \bar{c}\nparallel\bar{b}$

[illegible] $\bar{c}$-ն $\bar{a}\bar{b}$ [illegible]

[illegible]



$\cos\bar{a}\wedge\bar{c}=\frac{-4x+3y}{\sqrt{16+9}\sqrt{x^2+y^2}}$; $\cos\bar{a}\wedge\bar{b}=\frac{3x+4y}{\sqrt{16+9}\sqrt{x^2+y^2}}$



$\frac{-4x+3y}{5\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{3x+4y}{5\sqrt{x^2+y^2}}$

$\left\{\begin{array}{l}y=-7x\\ \sqrt{x^2+y^2}=5\sqrt{2}\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l}y=-7x\\ x^2+49x^2=50\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l}y_{1,2}=\mp 7\\ x_{1,2}=\pm 1\end{array}\right.$ Պատ. $(1;-7)$, $(-1;7)$

210

$\bar{a}=\{1;1\}$, $\bar{b}=\{1;-1\}$

$2\bar{p}+\bar{q}=\bar{a}$

$\bar{p}+2\bar{q}=\bar{b}$

$\bar{p}\wedge\bar{q}$ — ?

$\bar{p}=\frac{1}{3}(2\bar{a}-\bar{b})$

$\bar{q}=\frac{1}{3}(2\bar{b}-\bar{a})$

$\cos\bar{p}\wedge\bar{q}=\frac{\bar{p}\cdot\bar{q}}{|\bar{p}|\cdot|\bar{q}|}$

$\bar{p}=\frac{1}{3}\{1;3\}=\{\frac{1}{3};1\}$

$\bar{q}=\frac{1}{3}\{1;-3\}=\{\frac{1}{3};-1\}$

$|\bar{p}|=\sqrt{\frac{1}{9}+1}=\frac{\sqrt{10}}{3}$; $|\bar{q}|=\sqrt{\frac{1}{9}+1}=\frac{\sqrt{10}}{3}$ $\Rightarrow$

$\bar{p}\cdot\bar{q}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+1\cdot(-1)=\frac{1}{9}-1=-\frac{8}{9}$

$\Rightarrow \cos\bar{p}\wedge\bar{q}=\frac{-\frac{8}{9}}{\frac{\sqrt{10}}{3}\cdot\frac{\sqrt{10}}{3}}=-\frac{8\cdot 9}{9\cdot 10}=-\frac{4}{5}$

[illegible]

Երկրաչափական պրոգրեսիա

ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ

$b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n, \ldots$ թվերի հաջորդականությունը կոչվում է երկրաչափական պրոգրեսիա, եթե նրա յուրաքանչյուր անդամ սկսած երկրորդից հավասար է նախորդ ~~անդամին~~ բազմապատկած միևնույն թվով, որը կոչվում է երկրաչ. պրոգ.-ի հայտարար և նշ. է q-ով:

Այսինքն՝

$$\boxed{\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \ldots = \frac{b_n}{b_{n-1}} = q} \Rightarrow \boxed{b_n = b_{n-1}\cdot q}$$

Մոնոտոնությունը

Եթե $q > 1$ — աճող է

Եթե $0 < q < 1$ — նվազող է

$$\boxed{\begin{array}{c} q \neq 0 \\ q \neq 1 \end{array}}$$

1) Ընդհանուր անդամի (b_n-ի) բանաձևը

$$\boxed{b_n = b_1 \cdot q^{n-1}}$$

2) Առաջին n անդամների գումարը ($S_n = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$)

$$\boxed{S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}} \quad \text{կամ} \quad \boxed{S_n = \frac{b_1 - b_n\cdot q}{1-q}}$$

Հատկությունը

$$\boxed{b_k = \sqrt{b_{k-1}\cdot b_{k+1}}}$$ միջին երկրաչափականը

ԱՆՎԵՐՋ ՆՎԱԶՈՂ ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱ

Եթե $q < 1$, ապա $b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots$ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիան կոչվում է անվերջ նվազող երկր. պրոգրեսիա, որի գումարը (S-ը) հաշվվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\boxed{S = \frac{b_1}{1-q}}$$